

Mathe-Quali 1999: Aufgaben mit Lösungen

QA 1999 - Aufgabengruppe I, Nr. 1

$$7,5(2x + 3) + (5x - 4) \cdot 12 - 3(3 + 4x) - (3x + 1) \cdot 1,5 = \frac{5(7x + 34,8)}{2}$$

Lösung

Klammern auflösen

$$15x + 22,5 + 60x - 48 - 9 - 12x - 4,5x - 1,5 = 2,5(7x + 34,8)$$

Beide Seiten zusammenfassen

$$58,5x - 36 = 17,5x + 87 \quad | + 36$$

$$58,5x = 17,5x + 123 \quad | - 17,5x$$

$$41x = 123 \quad | : 41$$

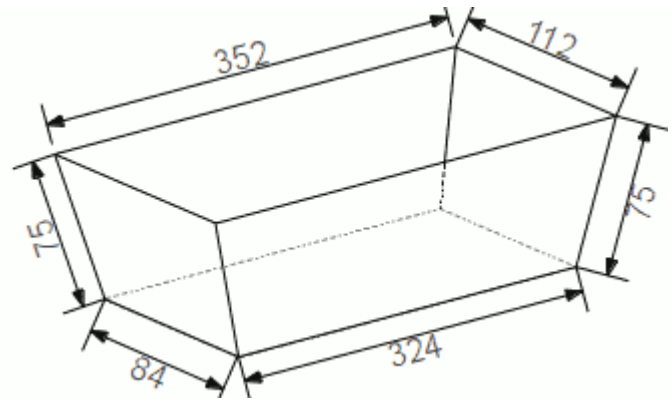
$$x = 3$$

QA 1999: Aufgabengruppe I/2

Aus Blech wird eine Kastenform für Kuchen hergestellt (siehe Skizze; Maße in mm):

Berechne die Fläche des zu verwendenden Blechs, wenn für die Falze ein Mehrbedarf von 7 % zu berücksichtigen ist.

Hinweis: Runde alle Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf ganze Zahlen.



Lösung

Blech = rechteckiger Boden + 4 trapezförmige Seitenwände

Boden

$$A = a \cdot b$$

$$A = 324 \cdot 84 = 27216 \text{ mm}^2$$

Bei den Trapezen muss der Abstand der parallelen Seiten mithilfe des Pythagoras berechnet werden.

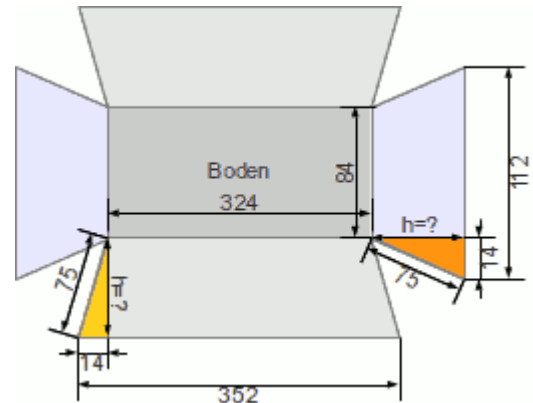
Höhe der Trapeze

$$h^2 = 75^2 - 14^2$$

$$h^2 = 5625 - 196$$

$$h^2 = 5429 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = 73,6 \approx 74 \text{ mm}$$



Fläche der beiden langen Seitenwände

$$A = 2 \cdot (a + c) : 2 \cdot h$$

$$A = 2 \cdot (352 + 324) : 2 \cdot 74 =$$

$$= 2 \cdot 25\,012 =$$

$$= 50\,024 \text{ mm}^2$$

Fläche der beiden kurzen Seitenwände

$$A = 2 \cdot (a + c) : 2 \cdot h$$

$$A = 2 \cdot (84 + 112) : 2 \cdot 74 =$$

$$= 2 \cdot 7\,252 =$$

$$= 14\,504 \text{ mm}^2$$

Fläche von Boden + Seitenwände

$$27216 \text{ mm}^2 + 50\,024 \text{ mm}^2 + 14\,504 \text{ mm}^2 = 91744 \text{ mm}^2$$

Zuzüglich 7 % für Falze

$$100 \% = 91744 \text{ mm}^2$$

$$1 \% = 91744 \text{ mm}^2 : 100 = 917,44 \text{ mm}^2$$

$$107 \% = 917,44 \text{ mm}^2 \cdot 107 = \mathbf{98166 \text{ mm}^2}$$

QA 1999: Aufgabengruppe I, Nr. 3

Auf Schmuckstücken sind zur Kennzeichnung des Reinmetallgehalts in Promille die Zahlen 333, 585, 590, 750, 835, 900 oder 925 eingeschlagen.

- Ein Kilogramm Feingold kostet 15 587 DM.
- Ein Kilogramm Feinsilber kostet 300 DM.



- Ein Silberring wird für 80 DM verkauft. Dabei entfallen 2,5 % des Preises auf den Feinsilberanteil. Welche Menge Feinsilber enthält der Ring?
- Wie teuer müsste eine 585-er Goldkette mit 25 Gramm Gesamtmasse verkauft werden, wenn der Juwelier zusätzlich zum Feingoldpreis für weitere Kosten und Gewinn 500 DM veranschlagt?

Hinweis: Runde alle Ergebnisse auf 2 Dezimalstellen.

Lösung

a) Feinsilberanteil in DM

$$100 \% = 80 \text{ DM}$$

$$1 \% = 80 \text{ DM} : 100 = 0,80 \text{ DM}$$

$$2,5 \% = 0,80 \text{ DM} * 2,5 = 2,00 \text{ DM}$$

Feinsilberanteil in Gramm

$$300 \text{ DM} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ DM} = 1000 \text{ g} : 300 = 3,333 \text{ g}$$

$$2 \text{ DM} = 3,333 \text{ g} * 2 = 6,666 \text{ g} \approx \mathbf{6,67 \text{ g}}$$

b) Goldanteil in Gramm

$$1000 \text{ ‰} = 25 \text{ g}$$

$$1 \text{ ‰} = 25 \text{ g} : 1000 = 0,025 \text{ g}$$

$$585 \text{ ‰} = 0,025 \text{ g} * 585 = 14,625 \text{ g}$$

Goldanteil in DM

$$1000 \text{ g} = 15 587 \text{ DM}$$

$$1 \text{ g} = 15 587 \text{ DM} : 1000 = 15,587 \text{ DM}$$

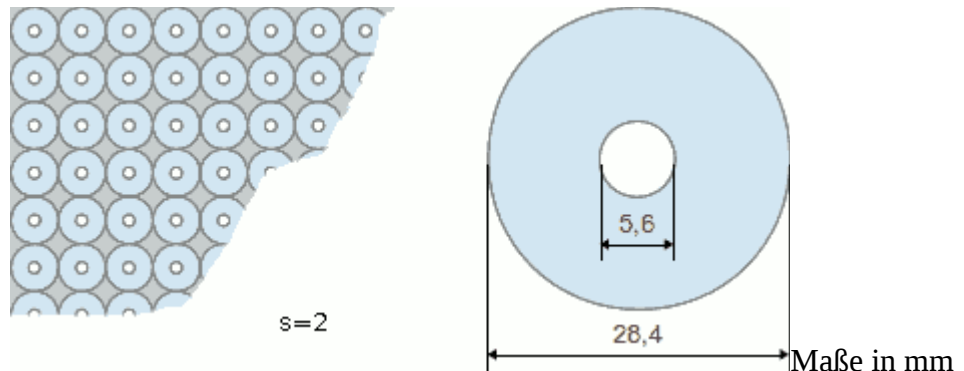
$$14,625 \text{ g} = 15,587 \text{ DM} * 14,625 \approx 227,96 \text{ DM}$$

Zuzüglich weitere Kosten und Gewinn

$$227,96 \text{ DM} + 500 \text{ DM} = \mathbf{727,96 \text{ DM}}$$

QA 1999: Aufgabengruppe I/4

Aus einer Blechtafel aus Nickellegierung (Dicke $s = 2$ mm; Breite: 142 cm) sollen Rohlinge mit Mittelloch für die Münzprägung gestanzt werden (siehe Skizzen).



- Welche Länge muss das Blech mindestens haben, wenn 50 000 Rohlinge benötigt werden.?
- Berechne das Volumen eines Rohlings.
- Welche Dichte hat die Nickellegierung, wenn eine Scheibe 9,2 g Masse hat?

Hinweis: Rechne mit $\pi = 3,14$.

Lösung

- a) **Anzahl der Rohlinge in 1 Reihe, wenn das Blech 142 cm breit ist**

$$1 \text{ Rohling: } 28,4 \text{ mm} = 2,84 \text{ cm}$$

$$2,84 \text{ cm} = 1 \text{ Rohling}$$

$$142,00 \text{ cm} = 142 \text{ cm} : 2,84 \text{ cm} = 50 \text{ Rohlinge}$$

Anzahl der Reihen bei 50 000 Rohlingen

$$50 \text{ Rohlinge} = 1 \text{ Reihe}$$

$$50\,000 \text{ Rohlinge} = 1\,000 \text{ Reihen}$$

$$1 \text{ Reihe} = 2,84 \text{ cm breit}$$

$$1\,000 \text{ Reihen} = 2,84 \text{ cm} * 1000 = 2\,840 \text{ cm} = \mathbf{28,40 \text{ m}}$$

- b) **Volumen eines Rohlings**

$$V_{\text{Rohling}} = V_{\text{Zylinder}} - V_{\text{Mittelloch}}$$

$$V_{\text{Rohling}} = A_{\text{Zylinder}} * h - A_{\text{Mittelloch}} * h$$

$$V_{\text{Rohling}} = 14,2^2 * 3,14 * 2 - 2,8^2 * 3,14 * 2 =$$

$$V_{\text{Rohling}} = 1266,2992 \text{ mm}^3 - 49,2352 \text{ mm}^3 = 1217,064 \text{ mm}^3 = \mathbf{1,217 \text{ cm}^3}$$

- c) **Dichte von Nickel**

$$1,217 \text{ cm}^3 = 9,2 \text{ g}$$

$$1,000 \text{ cm}^3 = 9,2 \text{ g} : 1,217 = 7,559 \text{ g}$$

Nickel hat eine Dichte von $\mathbf{7,559 \text{ g/cm}^3}$

QA-1999: Aufgabengruppe II, Nr. 1

Löse mithilfe einer Gleichung:

Dividiert man das Sechsfache einer Zahl durch 4 und vermehrt den Quotienten um 12, so erhält man die doppelte Differenz aus 9 und dem vierten Teil dieser Zahl. Wie heißt die Zahl?

Lösung

$$6x : 4 + 12 = 2 * (9 - 0,25x)$$

$$1,5x + 12 = 18 - 0,5x \quad | + 0,5x$$

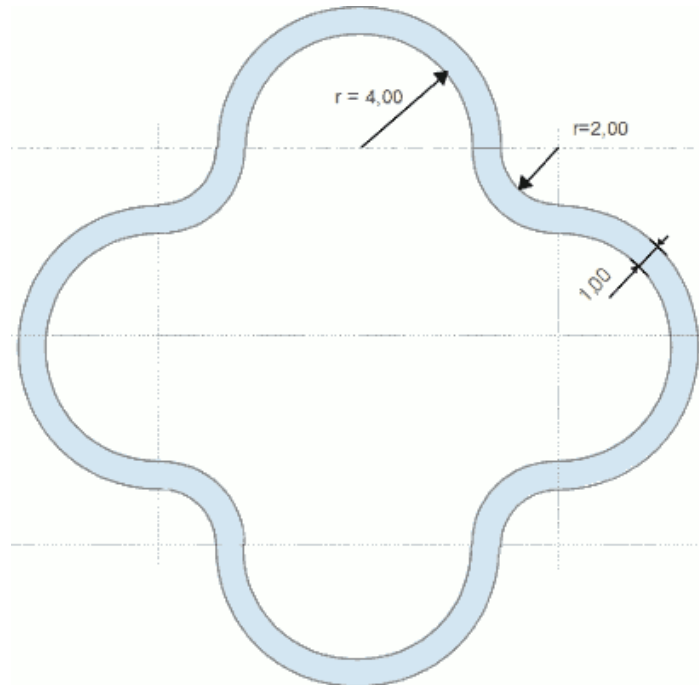
$$2x + 12 = 18 \quad | -12$$

$$2x = 6 \quad | :2$$

$$x = 3$$

QA 1999 II/2 - Lösung

Das Therapiebecken eines Thermalbades soll mit einer 1 m breiten Fliesenumrandung versehen werden (siehe Skizze). Die beauftragte Firma berechnet 184,90 DM pro m². Der besondere Aufwand beim Verlegen wird mit einer Kostenpauschale von 4 % der Gesamtkosten in Rechnung gestellt.



- Berechne die Fläche, auf der die Fliesen verlegt werden sollen.
- Berechne die Kosten dieser Baumaßnahme.
Hinweis: Rechne mit $\pi = 3,14$.

Lösung

- Der Weg besteht aus **4 großen Halbkreisringen** und **4 kleinen Viertelkreisringen**.
Zusammengesetzt sind das 2 große Kreisringe und 1 kleiner Kreisring.

$$\begin{aligned} A_{\text{großer Kreisring}} &= A_{\text{Kreis außen}} - A_{\text{Kreis innen}} \\ A_{\text{großer Kreisring}} &= 5^2 \cdot 3,14 - 4^2 \cdot 3,14 = \\ &= 78,5 - 50,24 = 28,26 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{kleiner Kreisring}} &= A_{\text{Kreis außen}} - A_{\text{Kreis innen}} \\ A_{\text{kleiner Kreisring}} &= 3^2 \cdot 3,14 - 2^2 \cdot 3,14 = \\ &= 28,26 - 12,56 = 15,7 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Gesamtfläche: 2 große Kreisringe + 1 kleiner Kreisring

$$2 \cdot 28,26 \text{ m}^2 + 15,7 \text{ m}^2 = 72,22 \text{ m}^2$$

Es müssen **72,22 m² Fliesen** verlegt werden.

- Kosten**

$$1 \text{ m}^2 = 184,90 \text{ DM}$$

$$72,22 \text{ m}^2 = 184,90 \text{ DM} \cdot 72,22 = 13\,353,478 \text{ DM}$$

Plus 4% Kostenpauschale

$$100 \% = 13\,353,478 \text{ DM}$$

$$1 \% = 13\,353,478 \text{ DM} : 100 = 133,53478 \text{ DM}$$

$$104 \% = 133,53478 \text{ DM} \cdot 104 = \mathbf{13\,887,62 \text{ DM}}$$

QA 1999: Aufgabengruppe II, Nr. 3

Eine Computerfirma kauft 80 PCs zum Stückpreis von 2 800 DM ein. Die Firmenleitung kalkuliert mit 20 % Geschäftskosten. Sie legt den Verkaufspreis für ein Gerät auf 4 200 DM fest.

Nur 20 % der Ware kann zum geplanten Einzelpreis verkauft werden. 48 weitere PCs werden später mit einem Sonderrabatt von 15 % verkauft. Die restlichen Geräte werden wegen einer Neulieferung zum Einkaufspreis abgegeben.

- Berechne den geplanten Selbstkostenpreis für die 80 PCs.
- Wie hoch sind die Gesamteinnahmen?
- Um wie viel Prozent weichen die tatsächlichen von den geplanten Einnahmen ab?

Lösung

a) **Selbstkostenpreis**

$$100 \% = 2\,800 \text{ DM}$$

$$1 \% = 2\,800 \text{ DM} : 100 = 28 \text{ DM}$$

$$120 \% = 28,00 \text{ DM} * 120 = 3\,360 \text{ DM}$$

$$3\,360 \text{ DM} * 80 = \mathbf{268\,800 \text{ DM}}$$

b) **Einnahmen aus dem geplanten Verkaufspreis**

$$20 \% \text{ von } 80 \text{ PCs: } 80 : 100 * 20 = 16 \text{ PCs}$$

$$1 \text{ PC} = 4\,200 \text{ DM}$$

$$16 \text{ PCs} = 4\,200 \text{ DM} * 16 = 67\,200 \text{ DM}$$

Einnahmen aus 1 PCs mit 15 % Sonderrabatt

$$100 \% = 4\,200 \text{ DM}$$

$$1 \% = 42 \text{ DM}$$

$$85 \% = 42 \text{ DM} * 85 = 3\,570 \text{ DM}$$

Einnahmen aus 48 PCs mit 15 % Sonderrabatt

$$3\,570 \text{ DM} * 48 = 171\,360 \text{ DM}$$

Einnahmen aus den restlichen PCs zum Einkaufspreis

$$\text{Rest: } 80 - 16 - 48 = 16 \text{ PCs}$$

$$1 \text{ PC} = 2\,800 \text{ DM}$$

$$16 \text{ PCs} = 2\,800 \text{ DM} * 16 = 44\,800 \text{ DM}$$

Gesamteinnahmen

$$67\,200 \text{ DM} + 171\,360 \text{ DM} + 44\,800 \text{ DM} = \mathbf{283\,360 \text{ DM}}$$

c) **Geplante Einnahmen für die 80 PCs**

$$4\,200 \text{ DM} * 80 = 336\,000 \text{ DM}$$

Mindereinnahmen in DM

$$336\,000 \text{ DM} - 283\,360 \text{ DM} = 52\,640 \text{ DM}$$

Mindereinnahmen in Prozent

$$100 \% = 336\,000 \text{ DM}$$

$$1 \% = 336\,000 \text{ DM} : 100 = 3\,360 \text{ DM}$$

$$52\,640 : 3\,360 \approx \mathbf{15,7 \%}$$

QA 1999: Aufgabengruppe II/4

Ein moderner Flaschenverschluss aus Edelstahl (Dichte $8,5 \text{ g/cm}^3$) verschließt die Flasche durch sein Eigengewicht. Wie schwer ist er?

Berechne die Masse des fertigen Werkstücks in kg.

Hinweis:

Maße in cm; rechne mit $\pi = 3,14$.

Runde alle Teilergebnisse auf zwei Dezimalstellen.

Lösung

Volumen des Oberteils

$$V_{\text{Quader}} = A \cdot h_k$$

$$V_{\text{Quader}} = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1 = 2,25 \text{ cm}^3$$

Volumen des Zylinders in der Mitte

Radius $0,5 \text{ cm} : 2 = 0,25 \text{ cm}$

$$V_{\text{Zylinder}} = r^2 \cdot \pi \cdot h_k$$

$$\begin{aligned} V_{\text{Zylinder}} &= 0,25^2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 = \\ &= 0,294375 \text{ cm}^3 \approx 0,29 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Volumen des Kegels unten

$$V_{\text{Kegel}} = A \cdot h_k / 3$$

$$V_{\text{Kegel}} = 1,5^2 \cdot 3,14 \cdot 4 / 3 = 9,42 \text{ cm}^3$$

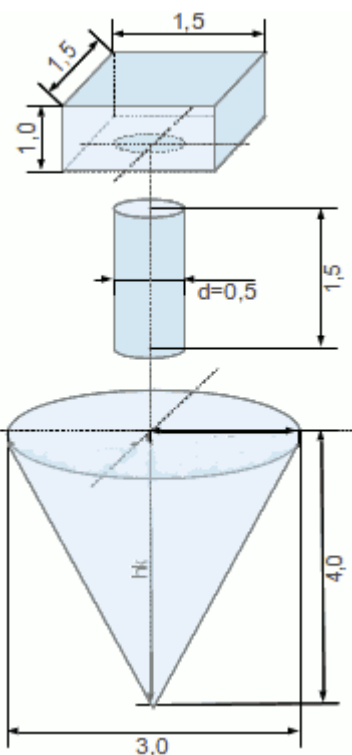
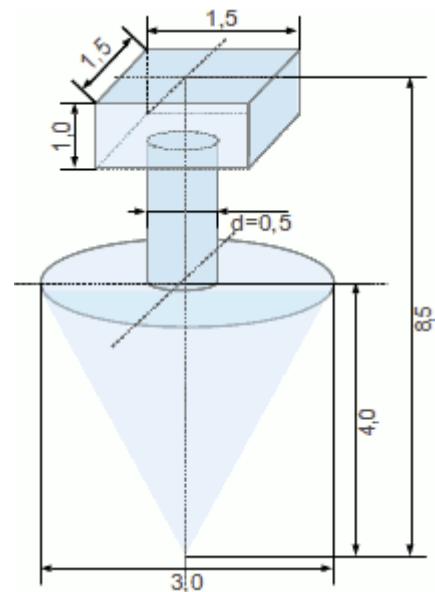
Gesamtvolumen

$$2,25 \text{ cm}^3 + 0,29 \text{ cm}^3 + 9,42 \text{ cm}^3 = 11,96 \text{ cm}^3$$

Masse

$$1,00 \text{ cm}^3 = 8,5 \text{ g}$$

$$12,36 \text{ cm}^3 = 8,5 \text{ g} \cdot 11,96 = \mathbf{101,66 \text{ g}}$$



1999 - Aufgabengruppe III, Nr. 1

$$13\frac{3}{4} - 4\left(\frac{4}{x} - 3\right) = \frac{9}{x} + \frac{3}{4} \quad | \cdot x$$

Lösung

$$13,75x - 4(4 - 3x) = 9 + 0,75x$$

$$13,75x - 16 + 12x = 9 + 0,75x \quad |$$

$$25,75x - 16 = 9 + 0,75x \quad | - 0,75x$$

$$25x - 16 = 9 \quad | +16$$

$$25x = 25 \quad | : 25$$

$$x = 1$$

QA 1999: Aufgabengruppe III/2

Eine Boje besteht aus zwei gleichen Kegeln, die an ihren Grundflächen zusammengesetzt sind. Der Durchmesser der Grundfläche eines Kegels beträgt 160 cm. Die Höhe der Boje ist von Spitze zu Spitze 240 cm.

- Fertige eine räumliche Skizze der Boje an und bemaße sie.
- Berechne das Volumen der Boje.
- Das Volumen der Boje soll um die Hälfte vergrößert werden. Zwischen die beiden kegelförmigen Teile wird deshalb ein zylinderförmiges Teil mit der gleichen Grundfläche eingesetzt. Berechne die Höhe des Zwischenstücks.

Lösung

a) **Skizze**

b) **Volumen der Boje**

$$V_{\text{Boje}} = 2 * \text{Kegel}$$

$$V_{\text{Boje}} = 2 * A * h_K / 3$$

$$r = 160 \text{ cm} : 2 = 80 \text{ cm}$$

$$h_k = 240 \text{ cm} : 2 = 120 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Boje}} = 2 * 80^2 * 3,14 * 120 / 3$$

$$V_{\text{Boje}} = 2 * 803\,840 \text{ cm}^3 =$$

$$= \mathbf{1\,607\,680 \text{ cm}^3}$$

c) **Halfte des Volumens**

$$1\,607\,680 \text{ cm}^3 : 2 = 803\,840 \text{ cm}^3$$

Grundfläche des eingesetzten Zylindres

$$80^2 * 3,14 = 20\,096 \text{ cm}^2$$

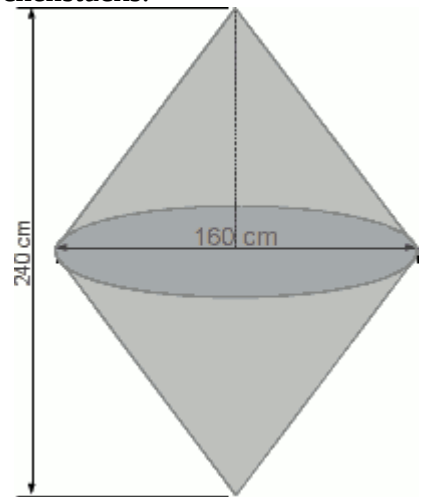
Höhe des eingestzten Zylinders

$$V = A * h_K$$

$$803\,840 = 20\,096 * h_K \quad | : 20\,096$$

$$40 = h_K$$

Das eingesetzte Zwischenstück ist **40 cm** hoch.



QA-1999: Aufgabengruppe III, Nr. 3

3. Eine Molkerei füllt ihren Fruchtjogurt in Pfandgläser ab. Jeweils 500 Gramm des Fruchtjogurts werden in ein Pfandglas abgefüllt, das leer 240 Gramm wiegt.

- Gib den Anteil des Pfandglases am Bruttogewicht eines gefüllten Jogurtglases in Prozent an.
- Sechs gefüllte Jogurtgläser werden in einen Kunststoffbehälter gestellt. Der Kunststoffbehälter wiegt 9 % der in ihm transportierten Ware. Wie schwer ist der leere Kunststoffbehälter?
- Ein Jugendlicher verspeist in einem Jahr 20 Kilogramm Fruchtjogurt. Wie viele Kilogramm Altglas würde es geben, wenn er den Jogurt anstatt in Pfandgläsern in gleich schweren Einweggläsern kaufen würde?



Lösung

- a) **Bruttogewicht = Glas + Inhalt**

$$240 \text{ g} + 500 \text{ g} = 740 \text{ g}$$

Prozentanteil des Glases daran

$$100 \% = 740 \text{ g}$$

$$1 \% = 740 \text{ g} : 100 = 7,4 \text{ g}$$

$$240 \text{ g} : 7,4 \text{ g} \approx \mathbf{32,4\%}$$

- b) **Gewicht der 6 Gläser**

$$740 \text{ g} * 6 = 4\,440 \text{ g}$$

Gewicht des Kunststoffbehälters

$$100 \% = 4\,440 \text{ g}$$

$$1 \% = 4\,440 \text{ g} : 100 = 44,4 \text{ g}$$

$$9 \% = 44,4 \text{ g} * 9 = \mathbf{399,6 \text{ g}}$$

- c) **Anzahl der Gläser im Jahr**

$$20 \text{ kg} : 0,5 \text{ kg} = 40$$

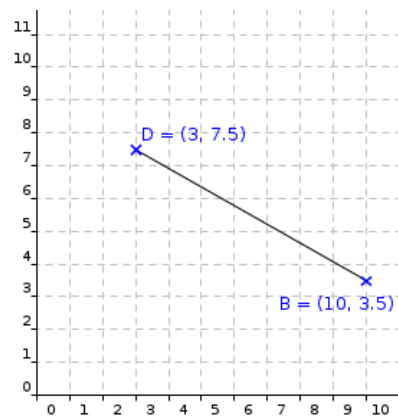
Gewicht von 40 Gläsern

$$0,240 \text{ kg} * 40 = \mathbf{9,6 \text{ kg}}$$

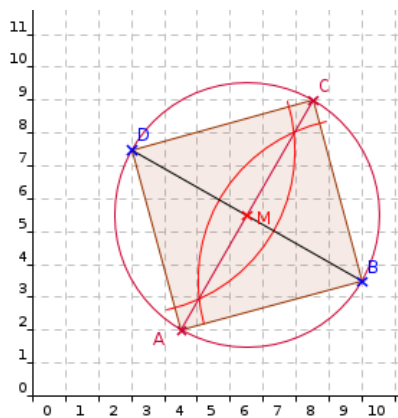
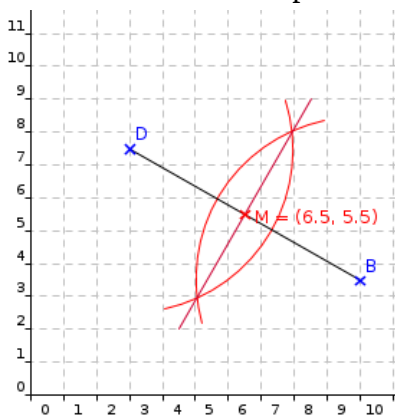
QA 1999: Aufgabengruppe III, Nr. 4

4. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm. Darin liegt die Diagonale eines Quadrats mit den Punkten $B(10|3,5)$ und $D(3|7,5)$

Diagonale mit den Ecken B und D des Quadrates



- a) Konstruiere mit Zirkel und Lineal die andere Diagonale. Zeichne nun das Quadrat ABCD ein. Benenne den Schnittpunkt der Diagonalen mit M und gib seine Koordinaten an.

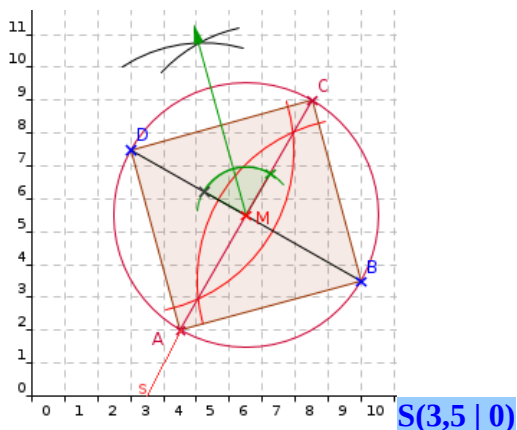


- Teilkreise mit gleichem Radius um B und D zeichnen (rot)
- Mittelsenkrechte zu $[BD]$ durch die Schnittpunkte der Teilkreise zeichnen (rot)
- Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit der Diagonalen ist der Punkt M mit den Koordinaten **M[6,5 | 5,5]**

- Um M einen Kreis mit dem Radius $[MB]$ ziehen
- Die Schnittpunkte der Mittelsenkrechten mit dem Kreis um M sind die fehlenden Ecken des Quadrates ABCD.
- Das Quadrat ABCD zeichnen

- b) Konstruiere mit Zirkel und Lineal die Winkelhalbierende g zum Winkel CMD. Verlängere sie bis zur Rechtswertachse (x-Achse) und gib für den Schnittpunkt S die Koordinaten an.

- c) Den spitzen Winkel zwischen der Winkelhalbierenden g und der Strecke CM kann man ohne zu messen bestimmen. Erkläre warum.



- Die Diagonalen in einem Quadrat schneiden sich im rechten Winkel (90°).
- Die Winkelhalbierende g (grün) halbiert einen solchen 90° -Winkel.
- Der spitze Winkel zwischen der Winkelhalbierenden g und der Strecke CM muss also die Hälfte von 90° , also 45° betragen.

QA-1999: Aufgabengruppe IV, Nr. 1

1. Die Mutter Isabella ist heute 4 mal so alt wie ihre Tochter. In 12 Jahren wird die Mutter nur noch doppelt so alt sein wie die Tochter. Wie alt sind Mutter und Tochter heute?



Lösung

Heute: Mutter = 4 * Tochter

In 12 Jahren: Mutter+12 = 2 * (Tochter+12)

$$4 * \text{Tochter} + 12 = 2 * (\text{Tochter} + 12)$$

$$4 * \text{Tochter} + 12 = 2 * \text{Tochter} + 24 \quad | - 2 * \text{Tochter}$$

$$2 * \text{Tochter} + 12 = 24 \quad | -12$$

$$2 * \text{Tochter} = 12 \quad | : 2$$

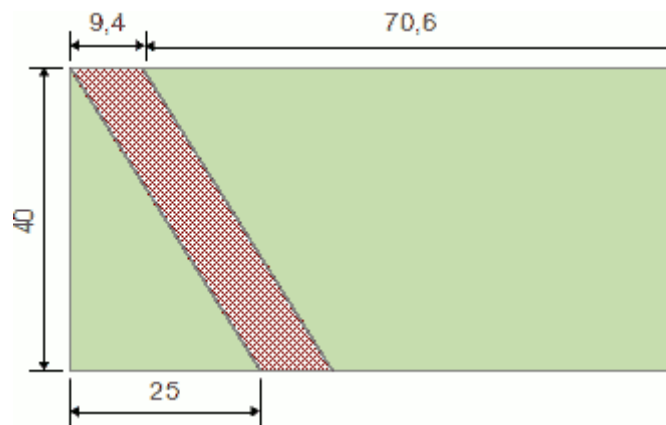
$$\text{Tochter} = 6$$

Die Tochter ist heute **6 Jahre und ihre Mutter 24 Jahre** alt.

QA 1999: Aufgabengruppe IV/2

Ein rechteckiges Grundstück muss im Rahmen einer Erschließungsmaßnahme für den Bau einer Straße geteilt werden. Dabei entstehen eine dreieckige und eine trapezförmige Fläche (siehe Skizze; Maße in m).

- Wie groß ist die abgetrennte Dreiecksfläche?
- Beide Grundstücke sollen entlang der Straße durch einen Gartenzaun gesichert werden. Wie viel Meter Gartenzaun werden insgesamt benötigt?
- Das verbleibende trapezförmige Grundstück soll in vier gleich große Flächen aufgeteilt werden. Berechne den Preis für einen Bauplatz, wenn ein Quadratmeter 385 DM kostet.



Lösung

- a) **Abgetrenntes Dreieck**

$$A = g \cdot h / 2$$

$$A = 25 \cdot 40 / 2 = \mathbf{500 \text{ m}^2}$$

- b) **Länge des Zaunes auf einer Straßenseite**

$$z^2 = 25^2 + 40^2$$

$$z^2 = 625 + 1600$$

$$z^2 = 2225 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$z \approx 47,17 \text{ m}$$

Beide Straßenseiten

$$47,17 \text{ m} \cdot 2 = \mathbf{94,34 \text{ m}}$$

- c) **Verbleibende Fläche**

$$d = 70,6 - 25 = 45,6 \text{ m}$$

$$A = (e + d) : 2 \cdot h$$

$$A = (70,6 + 45,6) : 2 \cdot 40$$

$$A = 2324 \text{ m}^2$$

Ein Viertel davon (= 1 Bauplatz)

$$2324 \text{ m}^2 : 4 = 581 \text{ m}^2$$

Preis für 581 m²

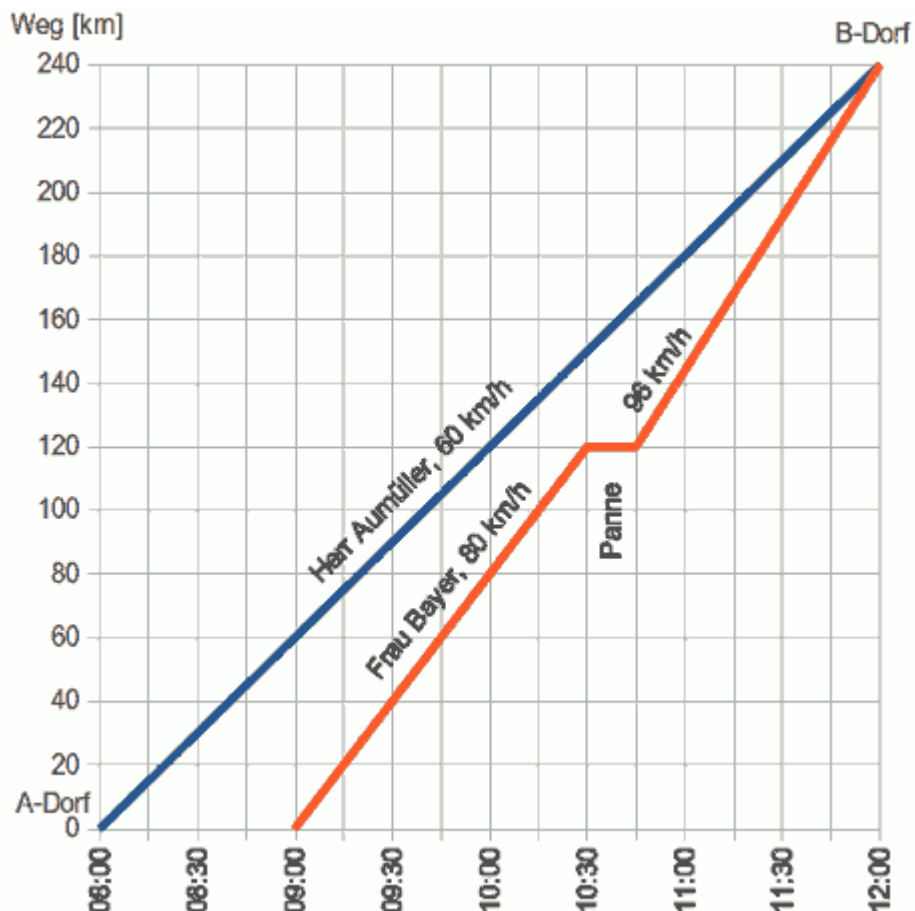
$$385 \text{ DM} \cdot 581 = \mathbf{223 \text{ 685 DM}}$$

QA 1999: Aufgabengruppe IV, Nr. 3

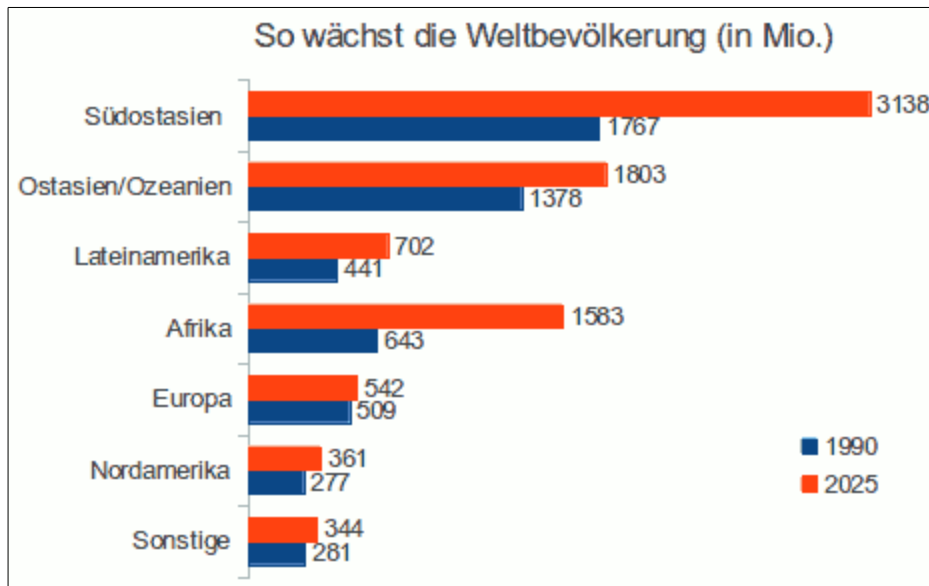
3. Um 8.00 Uhr fährt Herr Aumüller mit einem PKW von A-Dorf ins 240 km entfernte B-Dorf und braucht für diese Strecke 4 Stunden. Um 9.00 Uhr folgt ihm Frau Bayer im Sportwagen.
- Berechne die durchschnittliche Geschwindigkeit, mit der Herr Aumüller fährt.
 - Wie schnell müsste Frau Bayer durchschnittlich fahren um gleichzeitig mit Herrn Aumüller in B-Dorf einzutreffen?
 - Um 10.30 Uhr wird Frau Bayer durch eine Reifenpanne 15 Minuten aufgehalten. Berechne die nun nötige Geschwindigkeit um das Treffen mit Herrn Aumüller trotzdem einzuhalten.
 - Stelle den tatsächlichen Fahrtverlauf der beiden PKW grafisch dar (Wegachse: 1 cm → 20 km; Zeitachse: 2 cm → 1 Std.)

Lösung

- 4 Stunden = 240 km
1 Stunde = $240 \text{ km} : 4 = 60 \text{ km}$
Herr Aumüllers Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 60 km/h.
- 3 Stunden = 240 km
1 Stunde = $240 \text{ km} : 3 = 80 \text{ km}$
Frau Bayers Durchschnittsgeschwindigkeit müsste 80 km/h betragen.
- Verbleibende Strecke nach der Panne**
3,0 h = 240 km
1,5 h = $240 \text{ km} : 2 = 120 \text{ km}$
Verbleibende Zeit
 $12:00 - 10:45 = 1 \text{ h } 15 \text{ min} = 1,25 \text{ h}$
 $1,25 \text{ h} = 120 \text{ km}$
 $1,00 \text{ h} = 120 \text{ km} : 1,25 = 96 \text{ km}$
Frau Bayer muss mit 96 km/h weiter fahren.
- Weg-Zeit-Diagramm**



QA 1999: Aufgabengruppe IV, Nr. 4



Das Diagramm zeigt die Anteile der Weltbevölkerung in den verschiedenen Regionen der Erde für die Jahre 1990 und 2025.

- Wie viele Menschen werden voraussichtlich im Jahr 2025 auf der Erde insgesamt leben?
- Stelle die Anteile der Weltbevölkerung für das Jahr 2025 in einem Kreisdiagramm dar ($r = 5$ cm).
Runde auf ganze Grad.

Lösung

- a) **Erdbevölkerung 2025**

$$3138 + 1803 + 702 + 1583 + 542 + 361 + 344 = \mathbf{8\ 473\ Mio.}$$

- b) **Anteile der Weltbevölkerung 2025**

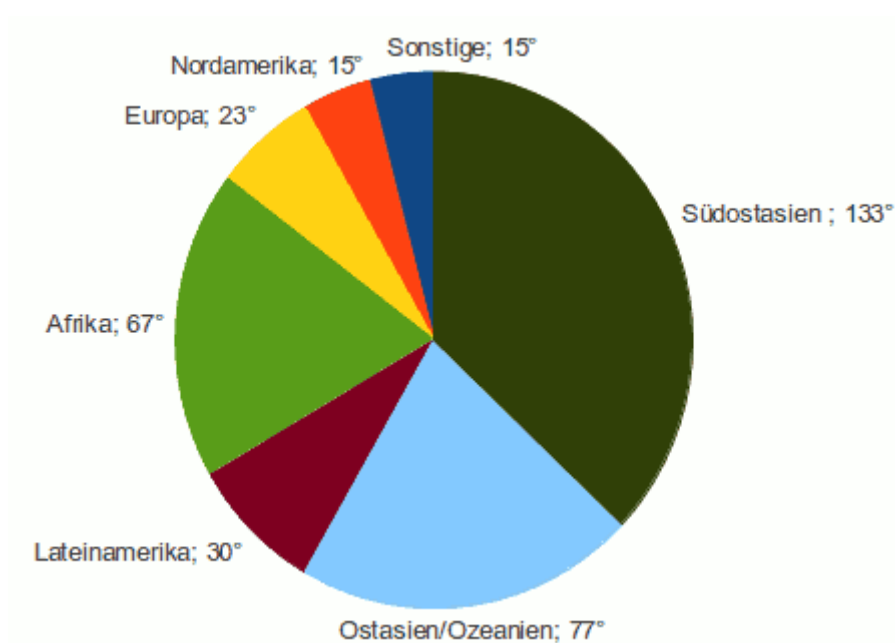
$$360^\circ = 8473\ Mio.$$

$$1^\circ = 8473\ Mio. : 360 = 23,536\ Mio.$$

$$\text{Südostasien: } 3138 : 23,536 \approx 133^\circ$$

Ostasien ...

Kreisdiagramm



1999 - Aufgabengruppe V, Nr. 1

Löse folgende Gleichung:

$$2,5 (x - 9) - 1,25 * 3,2 x - (18,7 + 12 x) = 1,9 (x + 0,4) - 4 (4,8 x - 0,91)$$

Lösung

Klammern auflösen

$$2,5 x - 22,5 - 4 x - 18,7 - 12 x = 1,9 x + 0,76 - 19,2 x + 3,64$$

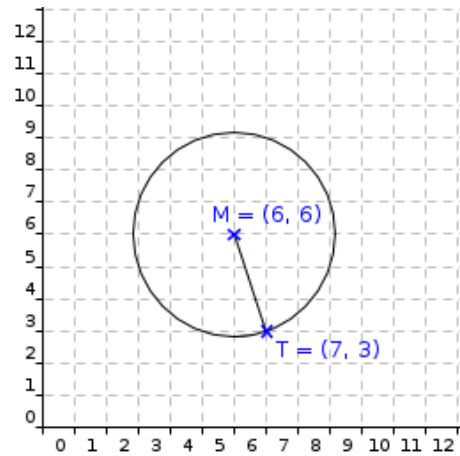
Seiten zusammenfassen

$$\begin{array}{rcll} - 13,5 x - 41,2 & = & - 17,3 x + 4,40 & | + 17,3 x \\ 3,8 x - 41,2 & = & + 4,40 & | + 41,2 \\ 3,8 x & = & + 45,6 & | : 3,8 \\ x & = & 12 & \end{array}$$

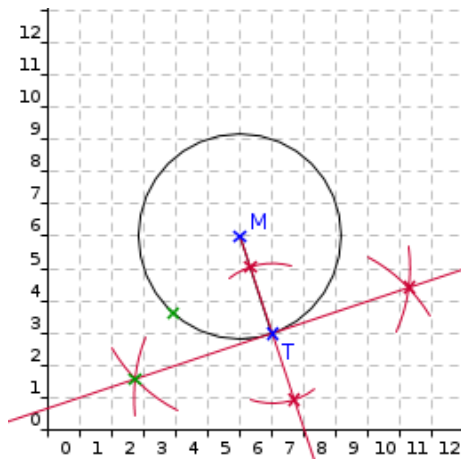
QA 1999: Aufgabengruppe V, Nr. 2

2. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm. Trage die Punkte $M(6|6)$ und $T(7|3)$ ein. Zeichne einen Kreis um M mit dem Radius MT .

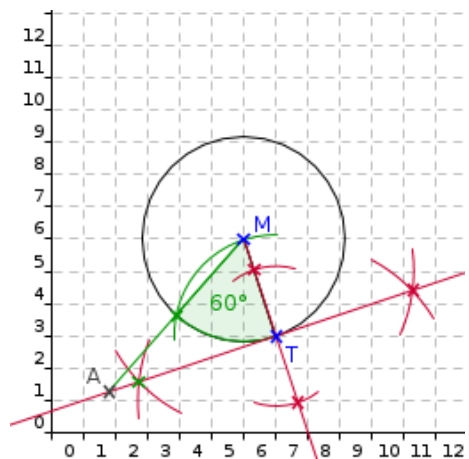
- Konstruiere mit Zirkel und Lineal die Senkrechte zu TM durch T .
- Ergänze die Strecke TM zum rechtwinkligen Dreieck TMA . In diesem Dreieck ist MA die Hypotenuse. Der Winkel AMT misst 60° .



Punkte M und T mit dem Kreis um M durch T

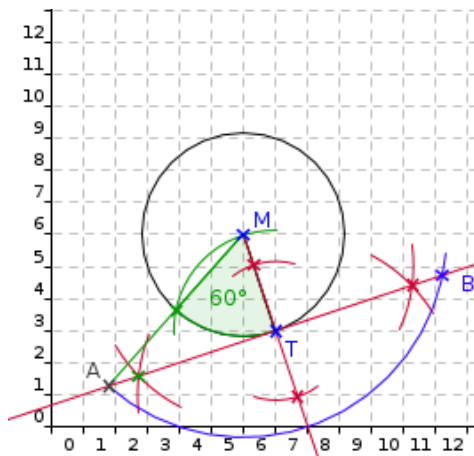


- Strahl von M durch T zeichnen
- Teilkreise um T zeichnen, die den Strahl schneiden
- Um die Schnittpunkte Teilkreise zeichnen.
- Durch die Schnittpunkte dieser vier Teilkreise die Senkrechte zu TM zeichnen

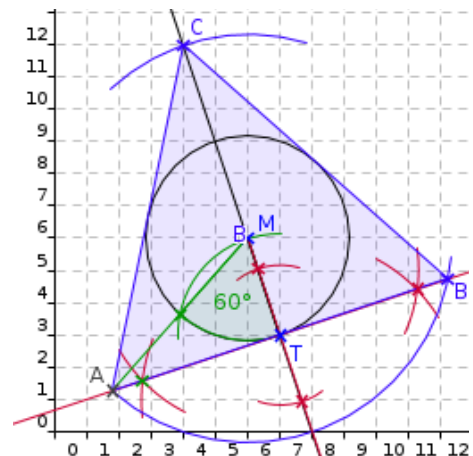


- Teilkreis um T mit dem Radius MT zeichnen (grün)
- Von M aus durch den Schnittpunkte des Teilkreises mit dem Kreis die Hypotenuse MA zeichnen.
- Der Winkel AMT misst 60° .

c) Spiegele A an TM ; nenne diesen Bildpunkt B .



d) Konstruiere das gleichseitige Dreieck ABC , dessen Inkreis K ist.



QA 1999: Aufgabengruppe V, Nr. 3

Pia hat geerbt. 7 / 9 des Geldes investiert sie in eine Eigentumswohnung, die sie vermietet. Den Rest legt sie auf der Bank zu einem Zinssatz von 4,5 % an.



- Nach 12 Monaten werden 1800 DM Zinsen auf ihr Girokonto überwiesen. Wie hoch ist die Bankeinlage?
- Wie viel kostete die Eigentumswohnung?
- Pia erhält durch die Vermietung monatlich 448 DM. Mit welchem Zinssatz verzinst sich damit der Kaufpreis in einem Jahr?
- Um wie viele DM müsste sie die Mantsmiete erhöhen um dieselbe Verzinsung wie auf der Bank zu haben?

Lösung

a) Höhe der Bankanlage

$$Z = K * p / 100$$

$$1800 = K * 4,5 / 100 \quad | * 100$$

$$180\ 000 = K * 4,5 \quad | : 4,5$$

$$40\ 000 = K$$

Pia hat **40 000 DM** bei der Bank angelegt.

b) Kosten der Eigentumswohnung

Bankanlage: $2 / 9 = 40\ 000\ \text{DM}$

$$1 / 9 = 40\ 000\ \text{DM} : 2 = 20\ 000\ \text{DM}$$

Wohung: $7 / 9 = 20\ 000\ \text{DM} * 7 = \mathbf{140\ 000\ \text{DM}}$

c) Mieteinnahme im Jahr

$$1\ \text{Monat} = 448\ \text{DM}$$

$$12\ \text{Monate} = 448\ \text{DM} * 12 = 5\ 376\ \text{DM}$$

Verzinsung der 140 000 DM für die Wohnung

$$100\ \% = 140\ 000\ \text{DM}$$

$$1\ \% = 140\ 000\ \text{DM} : 100 = 1\ 400\ \text{DM}$$

$$5\ 376\ \text{DM} : 1\ 400\ \text{DM} = 3,84\ \%$$

Die Wohnung verzinst sich mit **3,84 %**.

d) Erforderliche Mieteinnahmen bei 4,5 % Verzinsung

$$100\ \% = 140\ 000\ \text{DM}$$

$$1\ \% = 140\ 000\ \text{DM} : 100 = 1\ 400\ \text{DM}$$

$$4,5\ \% = 1\ 400\ \text{DM} * 4,5 = 6\ 300\ \text{DM}$$

Höhe der Monatsmiete bei 4,5 % Verzinsung

$$12\ \text{Monate} = 6\ 300\ \text{DM}$$

$$1\ \text{Monat} = 6\ 300\ \text{DM} : 12 = 525\ \text{DM}$$

Erforderliche Mieterhöhung

$$525\ \text{DM} - 448\ \text{DM} = \mathbf{77\ \text{DM}}$$

QA 1999: Aufgabengruppe V, Nr. 4

Eine Putzkolonnen soll die gläserne Fassade eines 12-geschossigen Hochhauses reinigen. Für ein Stockwerk benötigen 18 Arbeiter zwei Tage.

- a) Wie viele Tage brauchen sie für die gesamte Reinigungsarbeit? Nach vier Tagen erkranken drei Arbeiter. Um wie viele Tage verzögert sich die Arbeit, wenn keine Arbeiter als Ersatz kommen und die tägliche Arbeitszeit gleich bleibt?
- b) Die verbliebenen 15 Arbeiter sind zwölf Tage beschäftigt. Dann kommen fünf Arbeiter hinzu. Nach insgesamt wie viel Tagen ist der Auftrag abgeschlossen?

Lösung

a) **Arbeitstage für 12 Stockwerke mit 18 Arbeitern**

18 Arbeiter für 1 Stockwerke = 2 Tage

18 Arbeiter für 12 Stockwerke = 2 Tage * 12 = **24 Tage** **Erkrankung von drei Arbeiter nach vier Tagen**

Restzeit für 18 Arbeiter: 24 Tage - 4 Tage = 20 Tage

Restzeit für 15 Arbeiter

18 Arbeiter = 20 Tage

1 Arbeiter = 20 Tage * 18 = 360 Tage

15 Arbeiter = 360 Tage : 15 = 24 Tage

Verzögerung: 24 Tage - 20 Tage = **4 Tage**

b) **12 Tage Weiterarbeit von 15 Arbeitern**

Restzeit für 15 Arbeiter: 24 Tage - 12 Tage = 12 Tage

Restzeit für 20 Arbeiter

15 Arbeiter = 12 Tage

1 Arbeiter = 12 Tage * 15 = 180 Tage

20 Arbeiter = 180 Tage : 20 = 9 Tage

Gesamte Arbeitsdauer

4 Tage mit 18 Arbeitern + 12 Tage mit 15 Arbeitern + 9 Tage mit 20 Arbeitern = **25 Tage**