Mathe-Quali 2003: Aufgaben mit Lösungen

2003: Aufgabengruppe I, Nr. 1 - Lösung

1. Ein neues Wellenbad wurde am Eröffnungstag von insgesamt 506 Personen besucht. Dabei war die Anzahl der Jugendlichen um 20 geringer als die doppelte Anzahl der Kinder. Die Zahl der Erwachsenen betrug ein Zehntel der Zahl der Jugendlichen.

Wie viele Kinder, Jugendliche und Erwachsene besuchten jeweils das Wellenbad? Löse mithilfe einer Gleichung.

Lösung

Kinder k	Jugendliche 2*k - 20	Erwachsene (2 * k – 20) : 10

$506 = k + 2 * k - 20 + (2 * k - 20) : 10$
$506 = 3 k - 20 + 0,2 k - 2$
$506 = 3,2 k - 22 \quad | + 22$
$528 = 3,2 k$

$165 = k$

1. Kinder: 165
   Jugendliche: 165 *2 - 20 = 310
   Erwachsene: (165 * 2 - 20) : 10 = 31

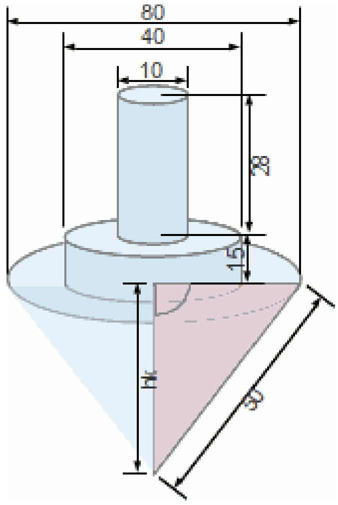
QA 2003: Aufgabengruppe I, Nr. 2

Bei einem Spielwar enhersteller werden Kreisel (sihe Skizze; Maße in mm) hergestellt.

a) Wie hoch ise Gesamthöhe des Kreisels.

b) Wie schwer ist der Kreisel (Dichte: ρ = 8,5 g/cm³)?

Lösung



a) Gesamthöhe des Kreisels

Höhe des Kegels unten

$h_k^2 = 50^2 - 40^2$

$h_k^2 = 2500 - 1600$

$h_k^2 = 900 \quad |\sqrt{}$

$h_k = 30$

Gesamthöhe

28 + 15 + 30 = **73 mm**

b) Gewicht des Kreisels

Volumen des oberen Zylinders

$V = A * h_k$

$V = 5 * 5 * 3{,}14 * 28$

$= 78{,}5 * 28 = 2\,198 \text{ mm}^3$

Volumen des mittleren Zylinders

$V = A * h_k$

$V = 20 * 20 * 3{,}14 * 28$

$= 1256 * 15 = 18\,840 \text{ mm}^3$

Volumen des Kegels unten

$V = A * h_k : 3$

$V = 40 * 40 * 3{,}14 * 30 : 3 =$

$= 5\,024 * 30 : 3 =$

$= 150\,720 : 3 = 50\,240 \text{ mm}^3$

Volumen des Kreisels

V = oberer Zylinder + mittlerer Zylinder + unterer Kegel

$V = 2\,198 + 18\,840 + 50\,240$

$= 71\,278 \text{ mm}^3$

Gewicht des Kreisels

71 278 mm³ = 71,278 cm³

1 cm³ = 8,5 g

71,278 cm³ = 8,5 * 71,278 = **605,863 g**

QA-2003: Aufgabengruppe I, Nr. 3

Herr Martini hat für seine Wohnung eine Hausratversicherung abgeschlossen. Bei einem Prämiensatz von 2,75 ‰ verlangt die Versicherung einen Beitrag von 47,85 € im Jahr, in dem die Versicherungssteuer von 16 % bereits enthalten ist.

a) Wie hoch ist die Prämie ohne Versicherungssteuer?

b) Berechne die Höhe der abgeschlossenen Versicherungssumme.

c) Nach einem Wassereinbruch entsteht in der Wohnung ein Schaden von 20000 €. Die Versicherungssumme deckt nur 40 % des aktuellen Wertes des Hausrates ab. Deshalb zahlt die Versicherung auch nur 40 % des entstandenen Schadens. Wie viel Euro Schadenersatz erhält Herr Martini?

d) Nachdem sich Herr Martini neu eingerichtet hat, möchte er seinen Hausrat besser versichern und wählt eine Versicherungssumme von 50000 €. Er zahlt dafür einen Beitrag von 157,76 € im Jahr, in dem die Versicherungssteuer von 21,76 € enthalten ist. Berechne den Promillesatz der Prämie.

Lösung

a) 116 % = 47,85 €
1 % = 47,85 : 116 = 0,4125 €
100 % = 0,4125 * 100 = 41,25 €

b) **Prämie**: 2,75 ‰ = 41,25 €
1 ‰ = 41,25 : 2,75 = 15 €
Versichert: 1000 ‰ = 15 * 1000 = 15 000 €

c) **Ganzer Schaden**: 100 % = 20 000 €
Bezahlter Schaden: 40 % = 20 000 : 100 * 40 = 8 000 €

d) **Prämie ohne Steuer**
157,76 - 21,76 = 136 €
Versichert: 1 000 ‰ = 50 000 €
1 ‰ = 50 000 : 1000 = 50 €
Prämie: 135 : 50 = 2,72 ‰

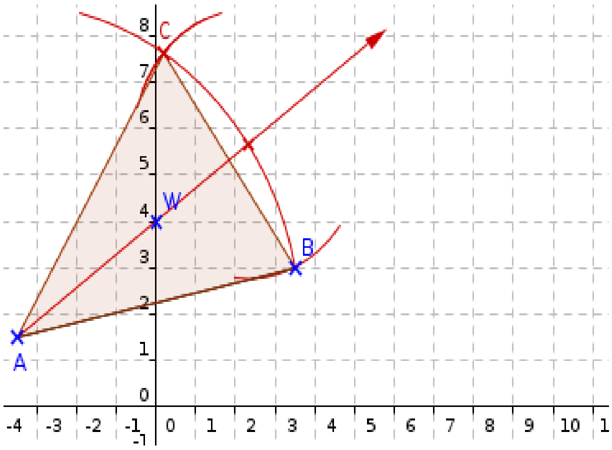
QA 2003: Aufgabengruppe I, Nr. 4

Lösung

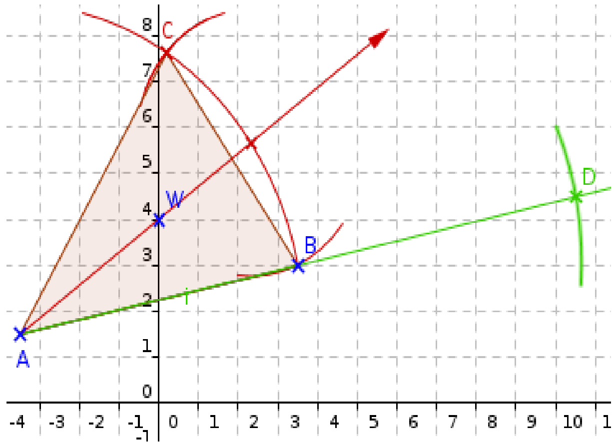
1. Trage in ein Koordinatensystem die Punkte A(-3,5 | 1,5), B(3,5 | 3) und W(0 | 4) ein.
Hinweis: Führe die nachfolgenden Konstruktionen mit Zirkel und Lineal durch.

a) Der Punkt W ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Dreiecks ABC. Konstruiere dieses Dreieck ABC.

b) Die Strecke [AB] soll im Maßstab 2:1 vergrößert werden (k=2). Verlängere sie dazu über B hinaus und bezeichne den neu entstanden Punkt mit D.



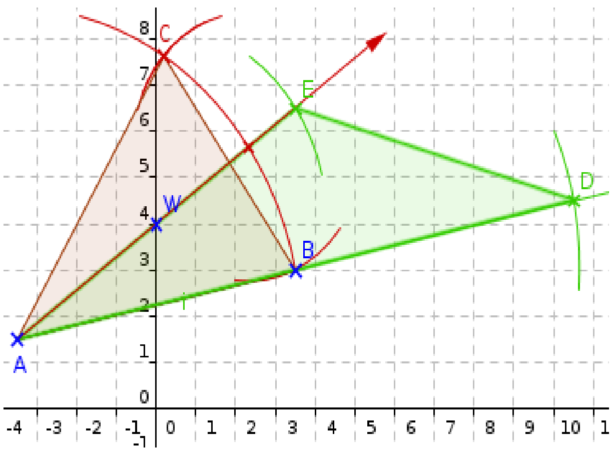
- Die Winkelhalbierende von A aus durch den Punkt W einzeichnen (rot)
- Teilkreis um A mit dem Radius r=AB schlagen (rot)
- Um den Schnittpunkt des Teilkreises mit der Winkelhalbierenden einen weiteren Teilkreis mit dem Radius SB zeichnen
- Der Schnittpinkt der beiden Teilkreise ist die Ecke C des Dreiecks ABC



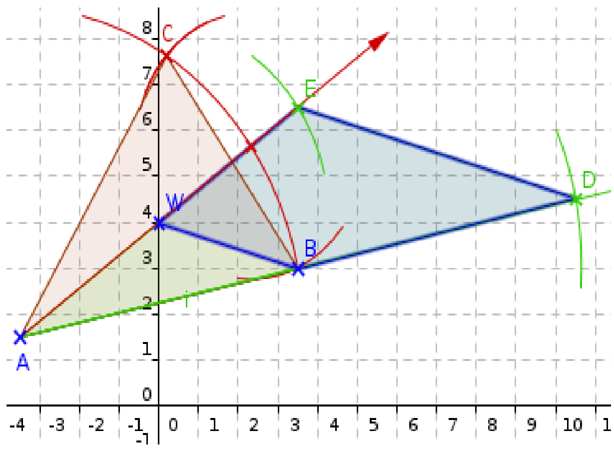
- Die Strecke AB über B hinaus verlägnern (grün)
- Teilkreis um um B mit dem Radius r=AB schlagen (grün)
- Der Schnittpunkt ist der Punkt D

Die Strecke [AW] wird im gleichen Maßstab über W hinaus vergrößert und der neue Endpunkt mit E benannt.
Verbinde die Punkte zum Dreieck ADE.

c) Welches besondere Viereck wird durch die Punkte W, B, D und E festgelegt?



- Teilkreis um W mit dem Radius r=AW schlagen (grün)
- Der Schnittpunkt des Teilkreises mit der Winkelhalbierenden ist Punkt E.
- Die Punkte ADE zu dreieck verbinden (grün)



- Die Viereckseite WB ist mit der Seite DE parallel.
- Ein Viereck mit einem parallelen Seitenpaar ist ein Trapez.

2003 - Aufgabengruppe II, Nr. 1

$$\frac{5}{4}-\frac{5x-17}{6x}=\frac{8}{3x}+\frac{7x+12}{15x}+\frac{5}{2}*(\frac{3}{x}-\frac{5}{6})$$

Lösung

Mit Hauptnenner **30x** multiplizieren

37,5 x - 5 * (5x - 17) = 10 * 8 + 2 * (7x + 12) +75 x * (3/x - 5/6)

37,5 x - 25 x + 85 = 80 + 14 x + 24 + 225 - 62,5 x

12,5 x + 85 = 329 - 48,5 x | - 48,5 x

61 x + 85 = 329 | - 85

61 x = 245 | : 61

x = 4

QA 2003: Aufgabengruppe II, Nr. 2

Im Weltraum sind die Entfernungen für Menschen unfassbar broß.

a) Das Licht der Sonne legt auf seinem Weg zur Erde rund 1,5 * 10^8 km zurück. Wie lange benötigt es für diese Strecke, wenn die Lichtgeschwindigkeit etwa 300 000 km/s beträgt?

b) Die Raumsonde Voyager 2 sendete vom Neptun ein Funksignal zur Erde. Dieses Signal wurde mit Lichtgeschwindigkeit übertragen und erreichte die Erde nach 4 Stunden und 6 Minuten.
Welche Entfernung legte es dabei zurück? Gib das Ergebnis als große Zahl **und** als Zehnerpotenz an.

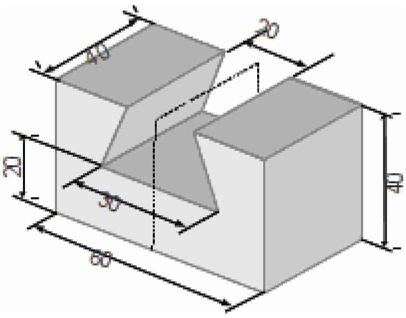
Lösung

a) $1{,}5 * 10^8 : 3 * 10^5 = 1{,}5 : 3 * 10^{8-5} = 0{,}5 * 10^3 = 500$ s
500 s = 8 min 20 s
Das Licht braucht 8 min 20 s.

b) 4 h 6 min = 4 * 3600 + 6 * 60 = 14 400 + 360 = 14 760 s
1 s = 300 000 km
14 760 s = 300 000 *14 760 = 4 428 000 000 km
4 428 000 000 km = $4{,}428 * 10^9$ km

QA 2003: Aufgabengruppe II, Nr. 3

Berechne das Volumen und die Oberfläche des abgebildeten symmetrischen Werkstückes
(Maße in mm).



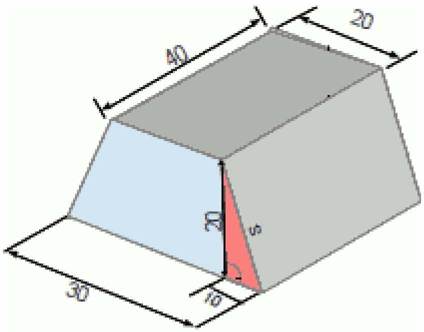
Lösung

Volumen des Quaders

V = A * hk

V = 60 * 40 * 40 = 96 000 mm³

Volumen der Aussparung



Fläche des Trapezes

A = (a + c) : 2 * h

A = (30 + 20) : 2 * 20

A = 500 mm²

Volumen der Trapezsäule

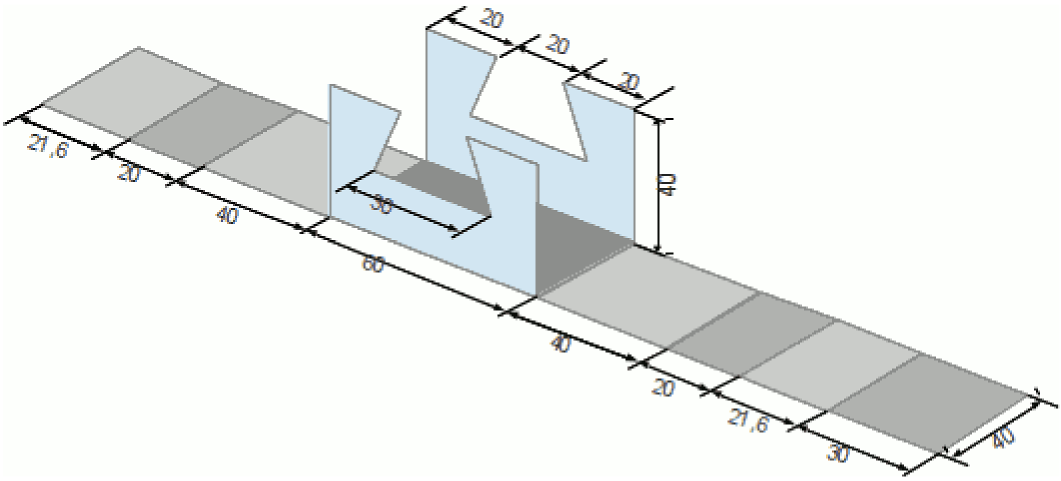
V = A * hk

V = 500 * 40 *20 000 mm³

Volumen des Werkstückes (Quader - Trapezsäule)

96 000 - 20 000 = 76 000 mm³

Oberfläche des Werkstückes



Schräge des Trapezes

$s^2 = 20^2 + 5^2$

$s^2 = 425 \quad |\sqrt{}$

$s = 20{,}61 \approx 20{,}6$ mm

Vorderseite: Rechteck - Trapez

60 * 40 - 500 = 1 900 mm²

Umfang des Trapezes

60 + 40 + 20 + 20,6 + 30 + 20,6 + 20 + 40 = 251,2 mm

Mantel = $\text{Umfang}_{\text{Trapez}}$ * $\text{Breite}_{\text{Werkestück}}$

251,2 * 40 = 10 048 mm²

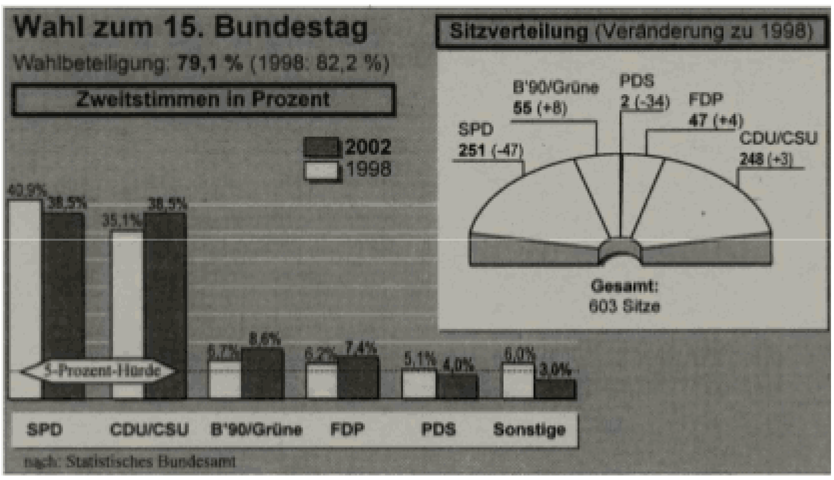
Oberfläche des Werkstückes

Vorderseite + Rückseite + Mantel

1 900 + 1900 + 10 048 = **13 648 mm²**

QA-2003: Aufgabengruppe II, Nr. 4

Das folgende Schaubild zeigt das Ergebnis der Bundestagswahl in Deutschland vom 22. September 2002.



a) Wie viel Prozent der Zweitstimmen erreichten die Regierungsparteien SPD und die Grünen zusammen, wie viel Prozent entfielen insgesamt auf die Oppositionsparteien CDU/CSU, FDP und PDS?

b) Berechne die Sitzverteilung der Parteien in Prozent und stelle diese Prozentanteile in einem Säulendiagramm (1% = 2 mm) dar. Runde die Prozentanteile auf eine Dezimalstelle.

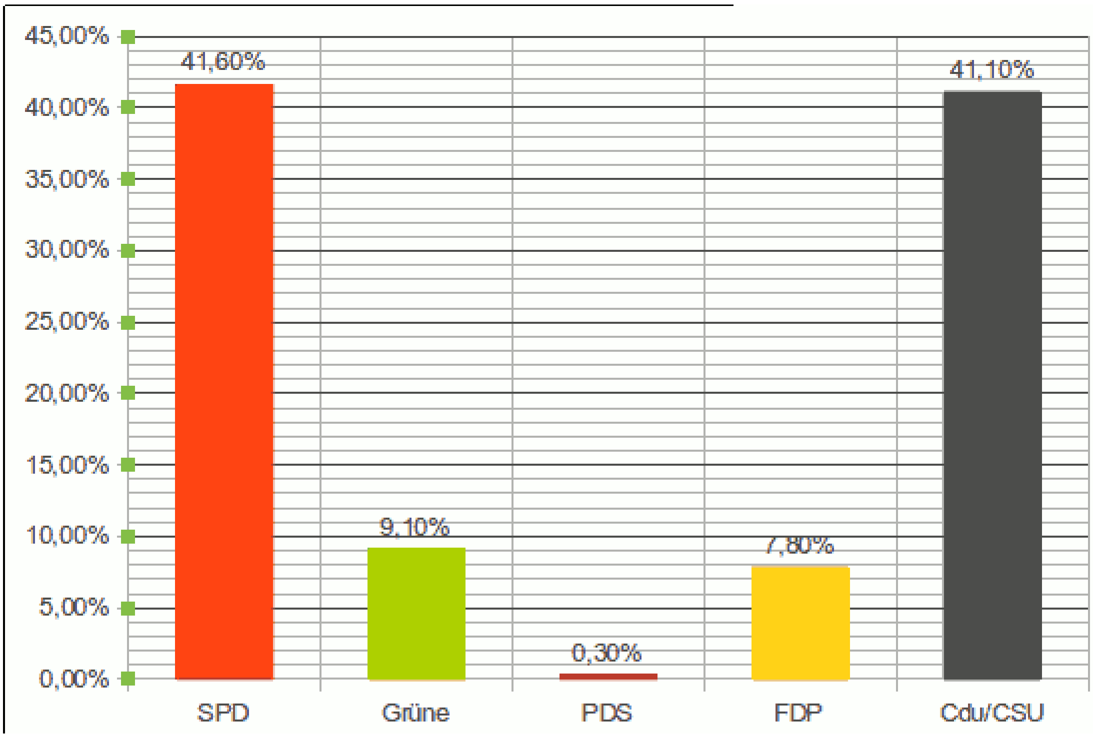
c) SPD und die Grünen bildeten auf 1998 die Regierung. Mit wie vielen Sitzen waren sie damals insgesamt im Bundestag vertreten?

Lösung

a) **Zweitstimmen**

Regierung mit SPD + Bündnis 90/Grüne: 38,5 % + 8,6 % = 47,1 %

Oppositon mit CDU/CSU + FDP + PDS: 38,5 % + 7,4 % + 49,9 %



b) **Sitzverteilung**

Sitze insgesamt: 251 + 55 + 2 + 47 + 248 = 603 Sitze

Gesamt: 100 % = 603 Sitze

1 % = 6,03 Sitze

SPD: 251 : 6,03 = 41,6 %

Bündnis 90/Grüne: 55 : 6,03 = 9,1 %

PDS: 2 : 6,03 = 0,3 %

FDP: 47 : 6,03 = 7,8 %

CDU/CSU: 248 : 6,03 = 41,1 %

c) **Sitze 1998**

SPD: 251 + 47 = 298

Grüne: 55 - 8 = 47

298 + 47 = **345 Sitze**

2003 - Aufgabengruppe III, Nr. 1

$$20 * \left(\frac{1}{2}x + 3\right) + \frac{6 - 80x}{4} = 26{,}5 - \frac{10x + 80}{2}$$

Lösung

10 x + 60 + 1,5 - 20 x = 26,5 - 5 x - 40

- 10 x + 61,5 = -13,5 - 5 x | + 10 x

+ 61,5 = - 13,5 + 5 x | + 13,5

+ 75 = 5 x | : 5

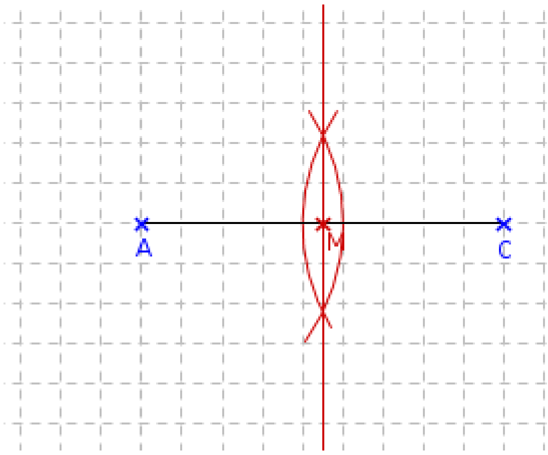
15 = x

QA 2003: Aufgabengruppe III, Nr. 2

Lösung

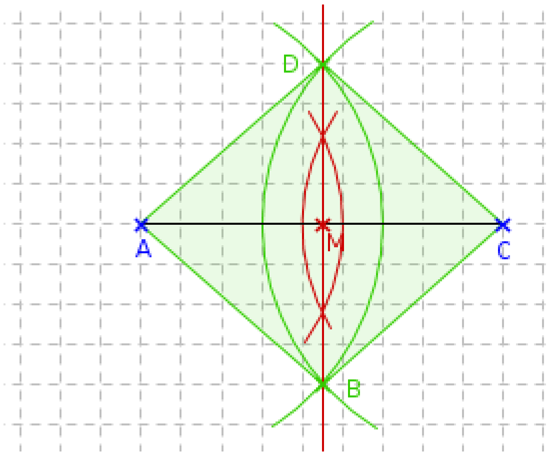
2. Zeichne die Strecke [AC] mit der Länge 9 cm.
   Hinweis: Führe die nachfolgenden Konstruktionen mit Zirkel und Lineal durch.

a) Konstruiere die Mittelsenkrechte zu [AC]. Bezeichne den Schnittpunkt mit M.



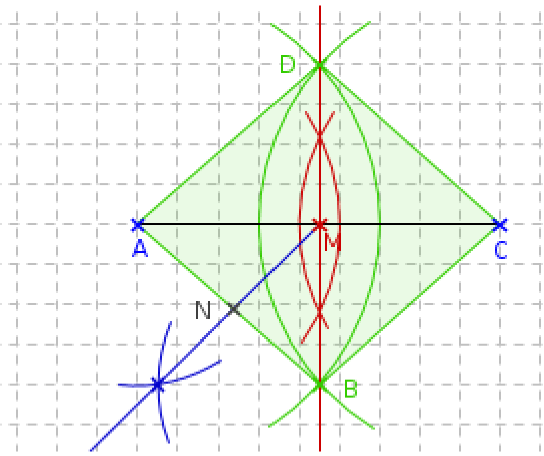
- Die Punkte A und C im Abstand von 9 cm eintragen
- Teilkreise um A und C zeichnen (rot)
- Durch diie Schnittpunkte der Teilkreise verläuft die Mittelsenkrechte (rot)

b) Die Punkte A und C sind die Eckpunkte einer Raute ABCD. Konstruiere die Punkte B und D so, dass die Seitenlänge der Raute 6 cm beträgt.

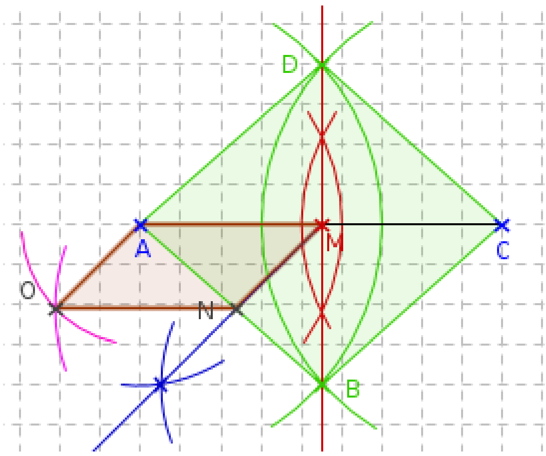


- Um die Punkte A und C zwei Teilkreise mit r=6 cm zeichnen, so dass sie sich zweimal schneiden (grün)
- Die beiden Schnittpunkte derTeilkreise sind die Ecken B und D der Raute.
- Die Punkte A, B, C und D zur Raute ABCD verbinden

c) Konstruiere die Winkelhalbierende des Winkels AMB. Der Schnittpunkt mit der Strecke [AB] soll mit N benannt werden.



d) A, M und N sind die Eckpunkte des Parallelogramms AONM. Konstruiere den fehlenden Punkt O und verbinde die Eckpunkte zum Parallelogramm.



- Zwei Teilkreise um A und B zeichnen (blau)
- Die Winkelhalbierende verläuft durch den Schnittpunkt der beiden Teilkreis (blau).
- Den Schnittpunkt der Winkelhalbierenden mit der Seite AB mit N benennen
- Einen Teilkreis um A mit r=MN zeichnen (lila)
- Einen Teilkreis um N mit r=AM zeichnen (lila)
- Der Schnittpunkt der beiden Teilkreise ist die Ecke O des Parallelogrammes

e) Berechne die Winkel des Parallelogramms AONM.

Winkel NMA beträgt 45° (Winkelhalbierende), Winkel AON beträgt 45°
Winkel OAM und ONA betragen je (360° - 2 * 45°) : 2 = 135°

QA 2003: Aufgabengruppe III, Nr. 3

Eine Firma nimmt täglich Sicherungen ihrer Daten über Nacht vor. Bei einer durchschnittlich zu sichernden Datenmenge von 160 GB (Gigabyte) brauchen 11 gleichzeitig laufende Computer mit gleicher Leistungsfähigkeit von 22:00 Uhr bis 6:00 Uhr morgens.

a) Wegen Wartungsarbeiten steht ein Computer weniger zur Verfügung. Um wie viel Uhr wird die Sicherung der Daten beendet sein?
b) Heute sind ausnahmsweise 140 GB an Daten zu sichern. Berechne, wie lange die Sicherung beim Einsatz von 11 Computern dauert.

Lösung

1. Zeit von 22:00 Uhr bis 6:00 Uhr: 8 Stunden
   a) 11 Computer = 8 h
      1 Computer = 8 h * 11 = 88 h
      10 Computer = 88 h : 10 = 8,8 h = 8 h 48 min
      Die Sicherung dauert 48 min länger und ist um 6:48 beendet.
   b) 160 GB = 8 h
      10 GB = 8 h : 16 = 0,5 h
      140 GB = 0,5 h * 14 = 7 h
      Bei 140 GB dauert die Sicherung 7 Stunden.

QA-2003 - Aufgabengruppe III, Nr. 4

Frau Zwirbel will sich einen Computer mit Zubehör kaufen: Der Rechner mit Tastatur und Maus kostet 999 €, der Preis für den Monitor beträgt 349 €. Frau Zwirbel hat 448 € gespart, 150 € bekommt sie von ihren Eltern.

a) Wie viel Euro fehlen Frau Zwirbel noch?

b) Der Händler macht ihr ein Angebot: Frau Zwirbel kann den restlichen Betrag in 12 Monatsraten zu je 68 € zurückzahlen. Welcher Zinssatz wird für die Restzahlung ereinbart?

c) Auch die Bank macht ihr ein Angebot für die Restzahlung: Bei einem Zinssatz von 8 % müsste sie 90 € Zinsen zahlen. Welche Laufzeit wurde für das Darlehen festgesetzt?

d) Wie haoch ist die monatliche Belastung beim Angebot der Bank? Runde auf ganze Euro.

Lösung

a) **Gesamtpreis**: 999 € + 348 € = 1348 €
Verfügbar: 448 € + 150 € = 598 €
Fehlbetrag: 1 348 € - 598 € = 750 €

b) **12 Monatsraten**: 68 € * 12 = 816 €
Jahreszins in Euro: 816 € - 750 € = 66 €
Jahreszins in Prozent: 100 % = 750 €
1 % = 7,50 €
66 : 7,50 = 8,8 %

c) **Laufzeit des Bankdarlehens**
Z = K * p * t / (100 * 12)
90 = 750 * 8 * t / 1200 | * 1200
108 000 = 750 * 8 * t | : 8 : 750
18 = t
Es wurde eine Laufzeit von 18 Monaten festgesetzt.

d) **Monatliche Belastung**
18 Monate: 840 €
1 Monat: 840 € : 18 = 46,666 € = 47 €

2003 - Aufgabengruppe IV, Nr. 1

$$\frac{x}{4}+1=4*\left(\frac{x}{4}-10\right)-\frac{5x+4}{6}$$

Lösung

Mit Hauptnenne 12 multiplizieren
3 x + 12 = 48 * (0,25 x - 10) - 2 * (5 x + 4)
3 x + 12 = 12 x - 480 - 10 x - 8
3 x + 12 = 2 x - 488 | - 2x
x + 12 = - 488 | - 12
x = - 500

QA-2003: Aufgabengruppe IV, Nr. 2

Frau Böheim will sich einen Großbildfernseher kaufen. Im Internet entdeckt sie ein Gerät zu einem Verkaufspreis von 1723,28 €. In diesem Preis ist die Mehrwertsteuer noch nicht enthalten.

a) Berechne den Barzahlungspreis bei 16% Mehrwertsteuer und 3% Skonto.

b) Welchen Einkaufspreis zahlte der Händler für das Gerät, wenn er mit 25% Geschäftskosten und 30% Gewinn kalkuliert?

c) Um wie viel Prozent hat sich das Gerät vom Einkaufspreis bis zum Barzahlungspreis verteuert?

Lösung

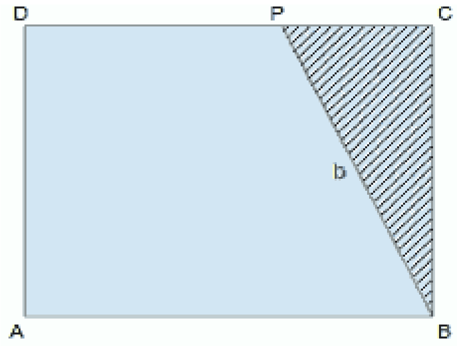
a) **Verkaufspreis + MWSt**
100 % = 1 723,28 €
1 % = 1 723,28 € : 100 = 17,2328 €
116 % = 17,2328 € * 116 = 1 999,00 €
Abzüglich 3 % Skonto
100 % = 1 999,00 €
97 % = = 1 999,00 : 100 * 97 = 1 939,03 €

b) **Selbstkosten**
130 % = 1 723,28 €
100 % = 1 723,28 €: 130 * 100 =1325,60 €
Einkaufspreis
125 % = 1 325,60 €
100 % = 1 325,60 : 125 * 100 = 1 060,48 €

c) **Verteuerung in Euro:**
1 939,03 - 1060,48 = 878,55 €
Verteuerung in Prozent
100 % = 1 060,48 €
1 % = 1 060,48 € : 100 = 10,6048 €
878,55 : 10,6048 = 82,84 %

QA 2003: Aufgabengruppe IV, Nr. 3

Ein rechteckiges Grundstück ist 60 m lang und 45 m breit. Für den Bau einer Straße wird ein dreieckiges Stück, das $^{1}/_{5}$ der gesamten Fläche beträgt, abgetrennt (siehe Skizze).



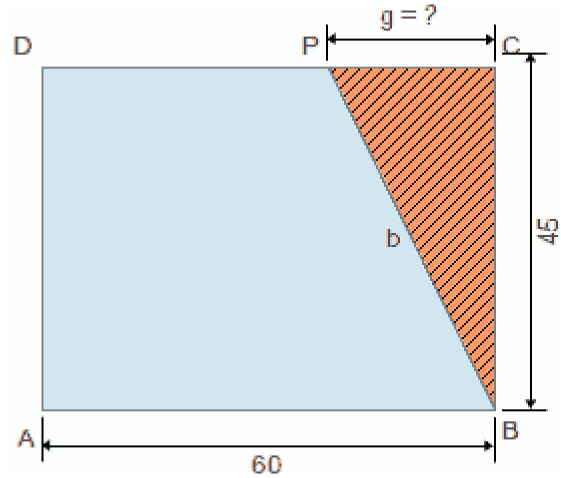
a) Die Trennungsstrecke s verläuft vom Eckpunkt B des Grundstücks ABCD zum Punkt P auf der Seite c des Grundstücks.
Übertrage die Skizze auf dein Blatt und beschrifte sie entsprechend.

b) Berechne die Fläche des Dreiecks BCP.

c) Pro m² bekommt der Grundstückseigentümer 60 €. Wie viel erhält er für die Dreieicksfläche?

d) Entlang der Trennungslinie s wird ein Bauzaun errichtet. Berechne die Länge des Zaunes.

Lösung



a) Skizze

b) Fläche des Rechtecks

$A_{Rechteck}$ = a * b

$A_{Rechteck}$ = 60 * 45 = 2700 m²

Fünftel des Rechtecks = Dreieck BCP

2700 m² : 5 = 540 m²

c) Entschädigung für das Dreieck

540 * 60 € = 32 400 €

d) Grundlinie des Dreiecks

$A_{Dreieck}$ = g * h / 2

540 = g * 45 / 2 | * 2 : 45

24 = g

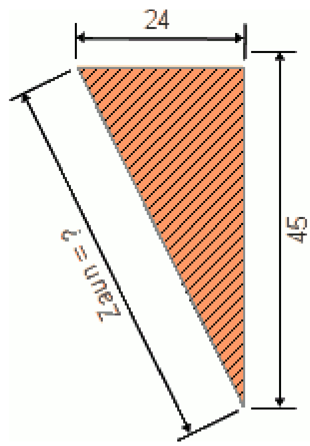
Länge des Zaunes

Zaun² = 45² + 24²

Zaun² = 2025 + 576

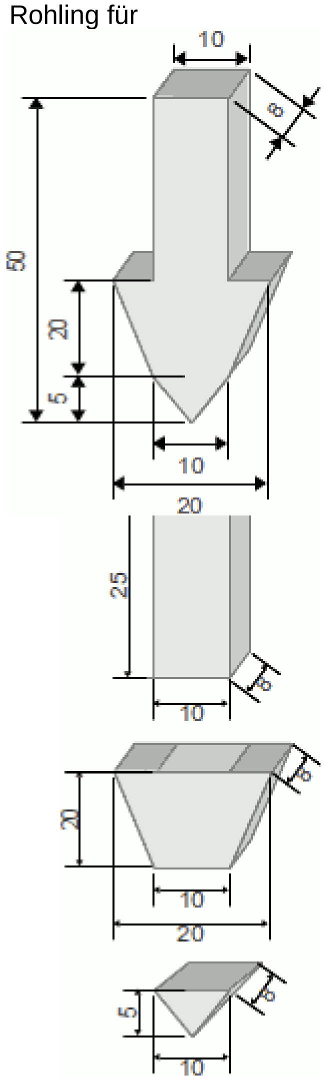
Zaun² = 2601 | √

Zaun = 51 m



QA 2003: Aufgabengruppe IV, Nr. 4

Ein Silberschmied schmilzt 280 g Silber (Dichte: ρ = 10,5 g/cm³), um daraus einen Rohling für Schlüsselanhänger zu gießen (siehe Skizze; Maße in mm). Wie viele Rohlinge kann er damit gießen?



Lösung

Quader oben

V = A * hk

V = 10 * 8 * 25 = 2000 mm³

Trapezsäule in der Mitte

V = A * hk

= (a + c) : 2 * h * hk

V = (20 + 10) : 2 * 20 * 8 = 2400 mm³

Dreiecksäule unten

V = A * hk

= g * h : 2 * hk

V = 10 * 5 : 2 * 8 = 200 mm³

Volumen eines Rohlings

2000 + 2400 + 200 = 4600 mm³ = 4,6 cm³

Volumen des Silbers

10,5 g = 1 cm³

280 g = 280 : 10,5 = 26,667 cm³

Anzahl der Rohlinge

4,6 cm³ = 1 Rohling

26,667 cm³ = 26,667 : 4,6 = 5,79 Rohlinge

Er kann 5 Rohlinge gießen.