

# Mathe-Quali 2004: Aufgaben mit Lösungen

## 2004 - Aufgabengruppe I, Nr. 1

$$3,5 \cdot (20,5x - 315) + 107,5 = 72,5x - \frac{61,5x - 410}{2}$$

### Lösung

Mit Hauptnenner 2 multiplizieren

$$7 \cdot (20,5x - 315) + 215 = 145x - 61,5x + 410$$

$$143,5x - 2205 + 215 = 83,5x + 410 \quad | - 83,5x$$

$$60x - 1990 = 410 \quad | + 1990$$

$$60x = 2400 \quad | : 60$$

$$x = 40$$

## QA 2004: Aufgabengruppe I, Nr. 2

Franz fährt mit seinem Mofa um 18:00 Uhr mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 20 km/h nach Hause. Seine Wegstrecke beträgt 40 km. Nach einer Fahrt von 30 Minuten springt an seinem Mofa die Antriebskette ab. Hilfe suchend ruft er seinen Vater an.

15 Minuten später hat er allerdings die Panne selbst behoben und fährt mit seiner ursprünglichen Geschwindigkeit weiter. Jetzt startet sein Vater mit dem Auto und fährt seinem Sohn mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 60 km/h entgegen.

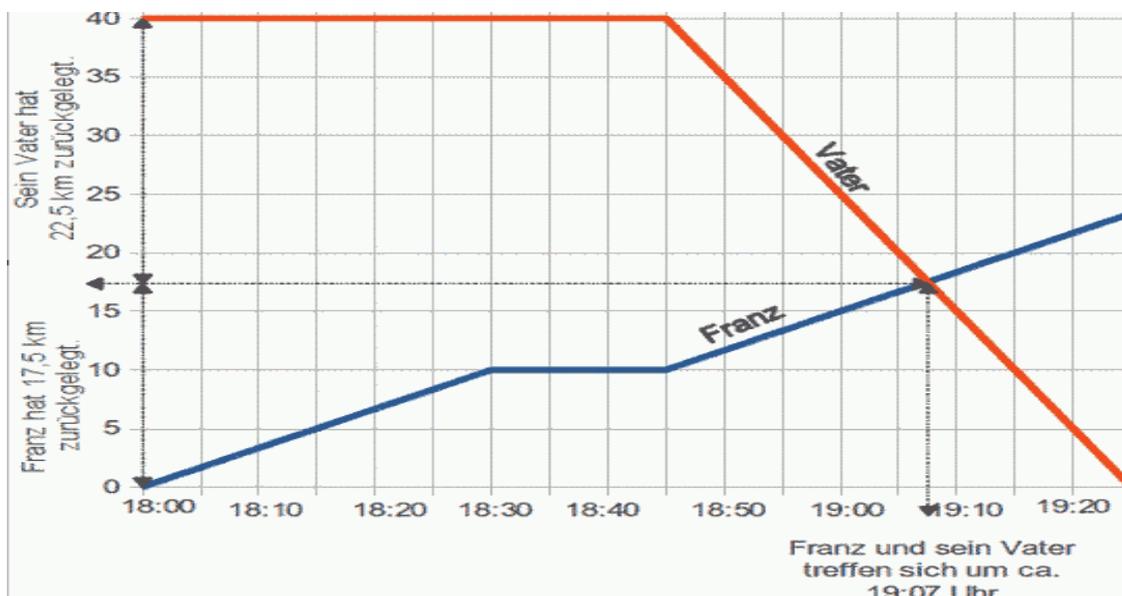
Löse zeichnerisch, verwende für das Koordinatensystem folgenden Maßstab:

1 cm -> 10 min

1 cm -> 5 km

- Um wie viel Uhr treffen sich die beiden?
- Welche Strecke hat Franz bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegt, welche sein Vater?

### Lösung



## QA 2004: Aufgabengruppe I, Nr. 3

3. Silke will sich ein Mountainbike kaufen, das 790 € kostet. Dafür stehen ihr drei Geldquellen zur Verfügung:



- a) Ihr letztes Geburtstagsgeld von 150 € hat sie 10 Monate lang angelegt und kann nun einschließlich Zinsen 152,25 abheben. Welchen Zinssatz gewährte ihr die Bank?
- b) Ihre Oma hat über eine Zeit von 4 Jahren 1200 € in einem Sparbrief zu 3,2 % angelegt. Sie schenkt Silke die Hälfte der Zinsen, die sie für diesen Zeitraum bekommen hat. Welche Summe erhält Silke von ihrer Oma?
- c) Den Betrag, der ihr jetzt noch zum Kauf des Mountainbikes fehlt, verdient sich Silke durch das Austragen von Prospekten. Monatlich erhält sie dafür 65 €. Wie viele Monate muss Silke arbeiten?

### Lösung

- a) **Zinsen in Euro in 10 Monaten**

$$152,25 - 150 = 2,25 \text{ €}$$

**Jahreszins**

$$10 \text{ Monate} = 2,25 \text{ €}$$

$$1 \text{ Monat} = 2,25 \text{ €} : 10 = 0,225 \text{ €}$$

$$12 \text{ Monate} = 0,225 * 12 = 2,70 \text{ €}$$

**Zinssatz**

$$100 \% = 150 \text{ €}$$

$$1 \% = 1,50 \text{ €}$$

$$2,70 : 1,50 = \mathbf{1,8 \%}$$
 gewährte die Bank als Zinssatz

- b) **Zinsen von Oma für 1200 €**

**Jahreszins**

$$100 \% = 1200 \text{ €}$$

$$1 \% = 12,00 \text{ €}$$

$$3,2 \% = 12,00 * 3,2 = 38,40 \text{ €}$$

**Zins für 4 Jahre**

$$38,40 * 4 = 153,60 \text{ €}$$

Die Hälfte für Susi

$$153,60 : 2 = \mathbf{76,80 \text{ € von Oma}}$$

- c) **Was noch fehlt**

$$790 - 152,50 - 76,80 = 560,70 \text{ €}$$

**So lang muss Silke arbeiten**

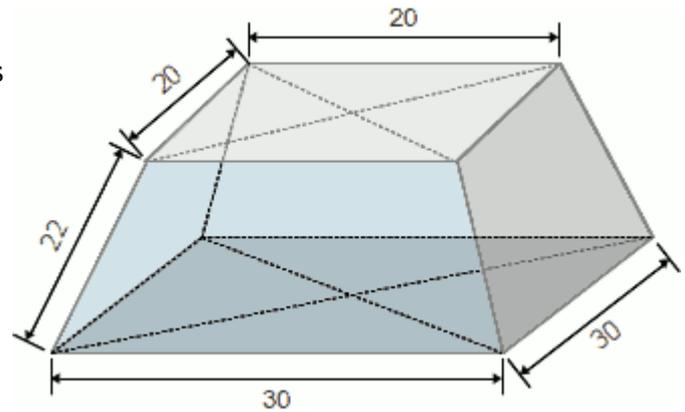
$$1 \text{ Monat} : 65 \text{ €}$$

$$560,70 : 65 = 8,63 \text{ Monate}$$

Susi muss **9 Monate** Zeitungen austragen.

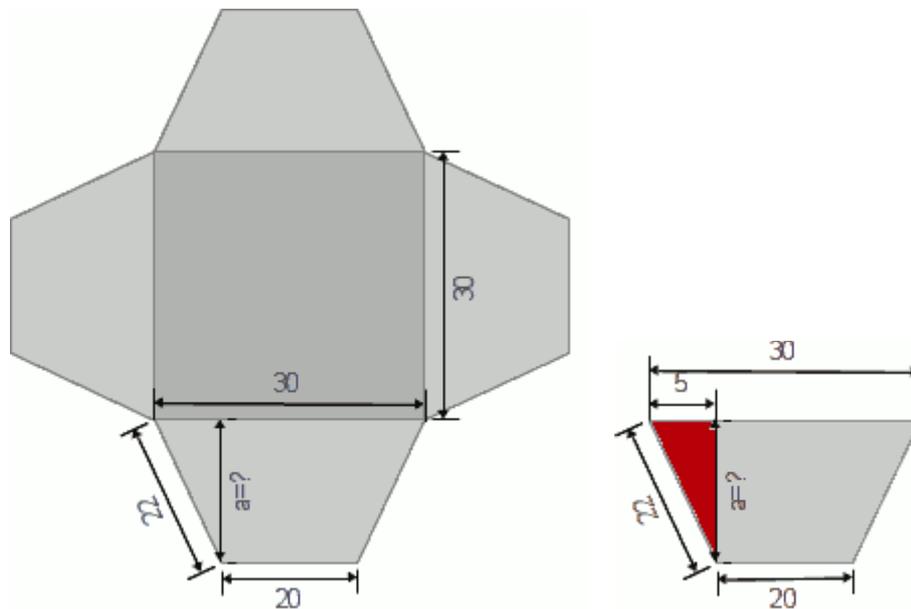
## QA 2004: Aufgabengruppe I, Nr. 4

Magda bastelt einen oben offenen Geschenkkarton. Die Seitenwände bestehen aus vier gleichschenkligen Trapezen (siehe Skizze; Maße in cm).



- Skizziere das Netz dieses Geschenkkartons.
- Berechne die Gesamtfläche des benötigten Kartons, wenn für die Klebefalze zusätzlich noch  $132 \text{ cm}^2$  erforderlich sind.
- Für die Bastelarbeit verwendet Magda einen rechteckigen Bogen Kartonpapier (Maße: Länge  $90 \text{ cm}$ , Breite  $75 \text{ cm}$ ). Berechne den Verschnitt in Prozent

### a) Skizze



### b) Höhe einer Seitenwand (Abstand der beiden parallelen Kanten)

$$a^2 = 22^2 - 5^2$$

$$a^2 = 484 - 25$$

$$a^2 = 459 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$a = 21,42 \text{ cm}$$

#### Fläche einer Seitenwand

$$A_{\text{Wand}} = 2 \cdot \text{Dreieck} + \text{Rechteck}$$

$$A_{\text{Wand}} = 2 \cdot 5 \cdot 21,42 / 2 + 20 \cdot 21,42 =$$

$$= 107 + 428 = 535,5 \text{ cm}^2$$

#### Fläche des Kartons

$$A_{\text{Karton}} = 4 \cdot \text{Wand} + \text{Boden} + \text{Klebefalze}$$

$$A_{\text{Karton}} = 4 \cdot 535,5 + 30 \cdot 30 + 132 =$$

$$= 2142 + 900 + 132 = \mathbf{3174 \text{ cm}^2}$$

### c) Fläche des Papierbogens

$$A_{\text{Papier}} = 90 \cdot 75 = 6750 \text{ cm}^2$$

**Verschnitt in cm<sup>2</sup>**

$$6750 - 3176 = 3576 \text{ cm}^2$$

**Verschnitt in %**

$$100 \% = 6750 \text{ cm}^2$$

$$1 \% = 67,5 \text{ cm}^2$$

$$3576 : 67,5 \approx \mathbf{52,9 \%}$$

## 2004: Aufgabengruppe II, Nr. 1

Vermindert man eine Zahl um ihren vierten Teil und halbiert diese Differenz, so ergibt das um 5 weniger, als wenn man von der Hälfte der gesuchten Zahl 20 subtrahiert. Wie heißt diese Zahl? Löse mithilfe einer Gleichung.



### Lösung

$$(x - 0,25x) : 2 = 0,5x - 20 - 5$$

$$0,75x : 2 = 0,5x - 25 \quad | \cdot 2$$

$$0,75x = x - 50 \quad | + 50 - 0,75x$$

$$50 = 0,25x \quad | \cdot 4$$

$$200 = x$$

## QA-2004: Aufgabengruppe II, Nr. 2

Frau Erdan schließt mit Autohändler Hauser einen Leasing-Vertrag zu folgenden Bedingungen ab:

Neuwagenpreis	22 500 €
Wert des alten Autos	- 3 000 €
Restsumme	19 500 €
Anzahlung	35 % der Restsumme
Bearbeitungsgebühr	0,75 % des Neuwagenpreises
Monatliche Leasingrate	219 €
Laufzeit des Leasingvertrages	3 Jahre

- Zu Vertragsbeginn sind Anzahlung und Bearbeitungsgebühr fällig. Welchen Betrag muss Frau Erdan an Händler Hauser zahlen?
- Das Angebot des Händlers beinhaltet auch die Möglichkeit, das Fahrzeug nach Ablauf des Leasing-Vertrages zu kaufen. Der Kaufpreis würde 112 % aller bisher gezahlten Leasing-Raten entsprechen. Berechne den Kaufpreis.
- Frau Erdan entschließt sich nach 3 Jahren tatsächlich das Auto zu kaufen. Wie viele Euro hat sie nun für das Auto insgesamt ausgegeben, wenn man den Wert ihres alten Autos miteinschließt?
- Um wie viel Prozent überschreiten diese Gesamtkosten den ursprünglichen Neuwagenpreis?

### Lösung

- a) **Anzahlung: 35 % der Restsumme + Bearbeitungsgebühr**

**Restsumme:** 100 % = 19500 €

$$1 \% = 195,00 \text{ €}$$

$$35 \% = 195,00 \cdot 35 = 6\,825 \text{ €}$$

**Bearb.-Geb:** 100 % = 22 500 €

$$1 \% = 225 \text{ €}$$

$$0,75 \% = 225 \cdot 0,75 = 168,75 \text{ €}$$

**Gesamt:** 6 825 € + 168,75 € = **6 993,75 €**

b) **Bezahlte Raten in 3 Jahren (= 36 Monate)**

1 Monat: 219 €

36 Monate:  $219 \cdot 36 = 7\,884,00$  €

**Kaufpreis:** 100 % = 7 884 €

1 % = 78,84 €

112 % =  $78,84 \cdot 112 = 8\,830,08$  €

c) **Tatsächlich beim Kauf ausgegeben:**

Altes Auto: 3 000,00 €

Anzahlung: 6 825,00 €

Bearbeitungsgebühr: 168,75 €

Leasingraten: 7 884,00 €

Kaufpreis: 8 830,08 €

-----  
Summe **26 707,83 €**

d) **Mehrausgaben im Vergleich zum Neuwagenpreis**

In Euro:  $26\,707,83$  € -  $22\,599,99$  € =  $4\,207,83$  €

in Prozent: 100 % =  $22\,500$  €

1 % =  $225,00$  €

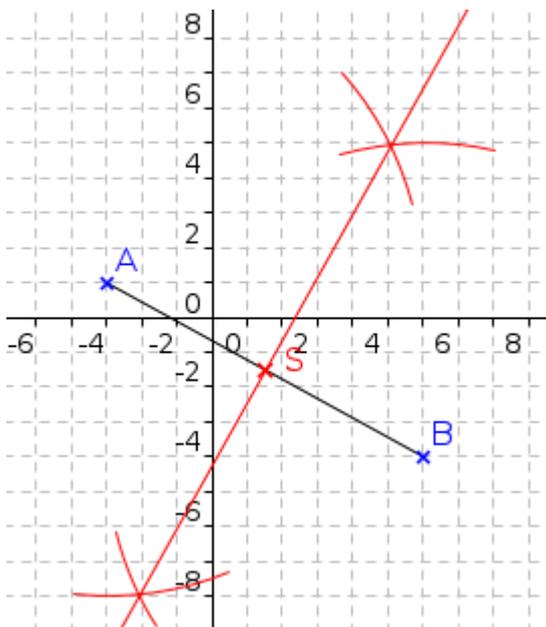
$4\,207,83 : 225 = 18,7$  %

## QA 2004: Aufgabengruppe II, Nr. 3

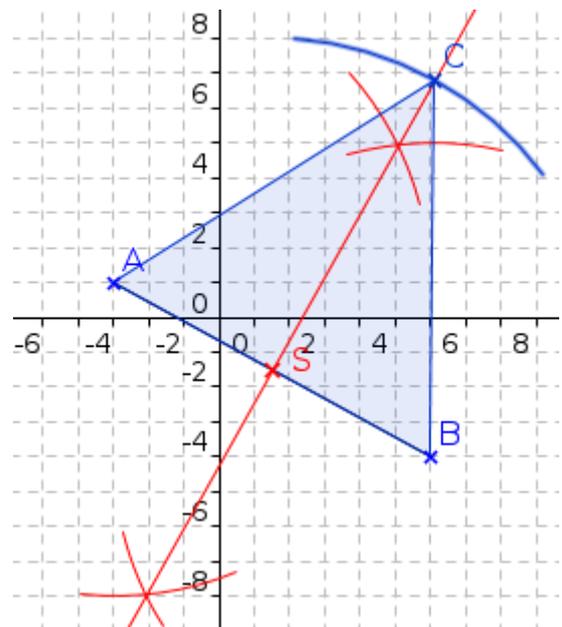
### Lösung

3. Trage in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm die Punkte A (-3 | 1) und B (6 | -4) ein. Verbinde die beiden Punkte zur Strecke [AB]. Führe die folgenden Aufträge als Konstruktion mit Zirkel und Lineal durch.

a) Konstruiere den Punkt C so, dass das gleichschenklige Dreieck ABC entsteht, dessen Höhe  $h_C$  eine Länge von 9,5 cm hat.



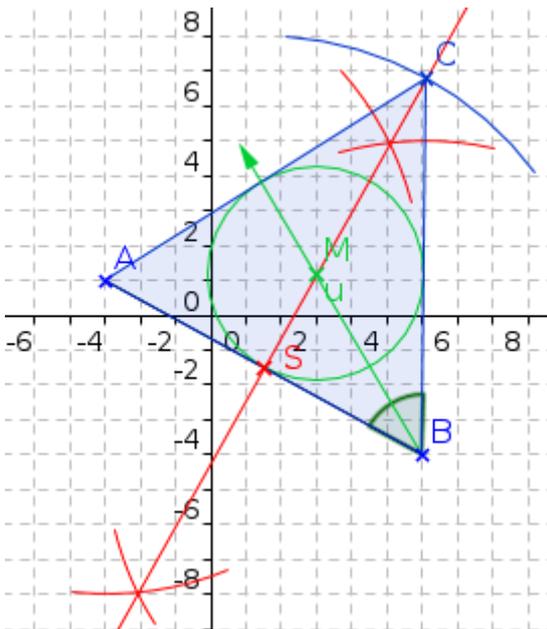
- Punkte A und B einzeichnen
- Teilkreise um A und B mit gleichem Radius zeichnen
- Die Mittelsenkrechte durch die Schnittpunkte



- Um den Schnittpunkt S einen Teilkreis mit dem Radius  $r=9,5$  cm zeichnen
- Der Schnittpunkt des Teilkreises mit der Mittelsenkrechten ist der fehlende Punkt C

- der Teilkreise zeichnen
- S ist der Schnittpunkt der Strecke AB mit der Mittelsenkrechten

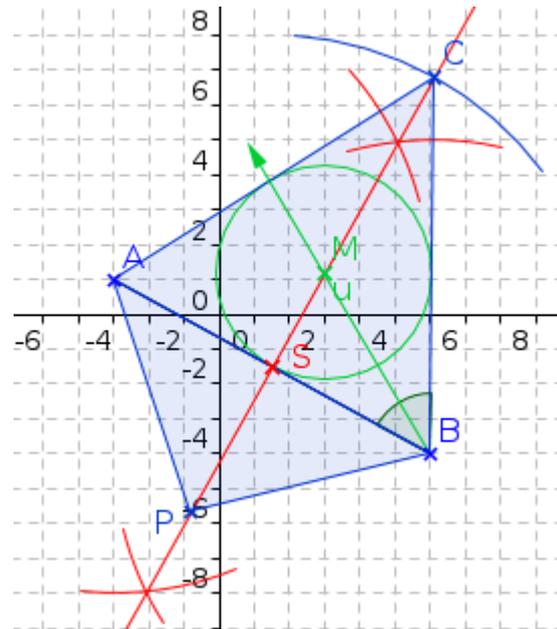
b) Konstruiere den Mittelpunkt M des Inkreises des Dreiecks ABC und zeichne den Kreis dazu ein.



- Den Winkel an Punkt B durch die Winkelhalbierende halbieren (grün)
- Der Schnittpunkt M der grünen Winkelhalbierenden mit der roten Mittelsenkrechten ist der Mittelpunkt des Inkreises
- Den Inkreis um M mit dem Radius  $r=|MB|$  zeichnen

des gleichschenkligen Dreiecks ABC

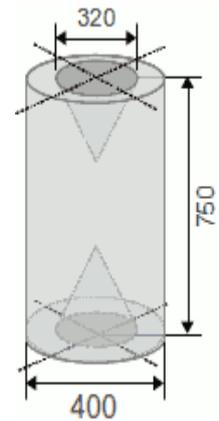
c) Die Höhe  $h_C$  schneidet die Strecke [AB] im Punkt S. Verlängere die Strecke [CS] über S hinaus um die Hälfte ihrer Länge. Der Endpunkt dieser neu entstandenen Strecke wird mit P bezeichnet. Verbinde P mit A und B zu einem Drachenviereck APBC.



- Die Strecke CS halbieren
- Um den Punkt S einen Teilkreis mit der Hälfte der Strecke SC zeichnen.
- Der Schnittpunkt des Teilkreises mit der Mittelsenkrechten ist der Punkt P
- Punkt P mit den Punkten A und B zum Drachenviereck verbinden

## QA 2004: Aufgabengruppe II, Nr. 4

Ein massives Werkstück wird aus Messing (Dichte  $\rho = 8,5 \text{ kg/dm}^3$ ) hergestellt. Es hat die Form eines Zylinders, aus dem zwei gleich große Kegel herausgefräst werden (siehe Skizze; Maße in mm). Dadurch verringert sich die Masse des Zylinders um ein Fünftel. Berechne die Höhe eines Kegels.



### Lösung

#### Volumen des Zylinders

$$r = 400 : 2 = 200 \text{ mm} = 2 \text{ dm}$$

$$h_k = 750 \text{ mm} = 7,5 \text{ dm}$$

$$V = A \cdot h_k$$

$$V = 2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 7,5 = 94,2 \text{ dm}^3$$

#### Volumen der herausgefrästen Kegel

$$2 \text{ Kegel} = 94,2 : 5 = 18,84 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ Kegel} = 18,84 : 2 = 9,42 \text{ dm}^3$$

#### Höhe eines Kegels

$$r = 320 : 2 = 160 \text{ mm} = 1,6 \text{ dm}$$

$$V = A \cdot h_k : 3$$

$$9,42 = 1,6 \cdot 1,6 \cdot 3,14 \cdot h_k : 3$$

$$9,42 = 8,0384 \cdot h_k : 3 \quad | \cdot 3 : 8,0384$$

$$3,515625 = h_k$$

Ein Kegel ist **3,52 dm** hoch.

## 2004 - Aufgabengruppe III, Nr. 1

$$\frac{7}{2x} - 0,25 \cdot \left( \frac{4}{x} - 14 \right) = \frac{6+x}{x} - \frac{2-6x}{4x}$$

### Lösung

mit Hauptnenner  $4x$  multiplizieren

$$14 - x \cdot \left( \frac{4}{x} - 14 \right) = 4(6+x) - 2 + 6x$$

$$14 - 4 + 14x = 24 + 4x - 2 + 6x$$

$$10 + 14x = 22 + 10x \quad | - 10x$$

$$10 + 4x = 22 \quad | - 10$$

$$+ 4x = 12 \quad | : 4$$

$$x = 3$$

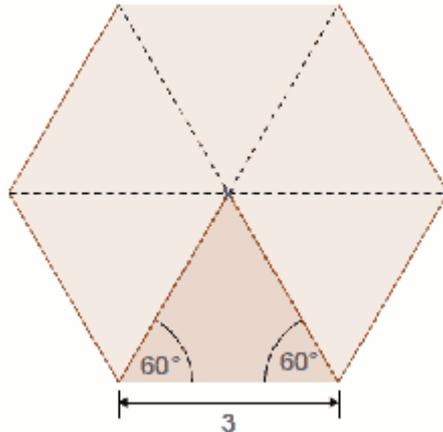
## QA 2004: Aufgabengruppe III, Nr. 3

Herr Weiß möchte den Boden seines Partykellers neu fliesen. Er sucht sich dazu Fliesen in Form eines regelmäßigen Sechsecks mit einer Kantenlänge von 18 cm aus.



- Zeichne eine Fliese im Maßstab 1 : 6.
- Berechne den Flächeninhalt einer Fliese.
- Der Partykeller ist 5,40 m lang und 4,50 m breit. Mit wie viel Prozent Verschnitt hat Herr Weiß kalkuliert, wenn er 15 Kartons zu je 22 Fliesen bestellt

### a) Zeichnung im Maßstab 1 : 6



### b) Höhe des Bestimmungsdreiecks

$$\begin{aligned}18^2 &= 9^2 + h^2 \\324 &= 81 + h^2 && | - 81 \\243 &= h^2 && | \sqrt{\phantom{x}} \\15,6 &= h\end{aligned}$$

### Fläche einer Fliese

$$A_{\text{Fliese}} = 6 \cdot g \cdot h / 2$$

$$A_{\text{Fliese}} = 6 \cdot 18 \cdot 15,6 / 2 = 842,4 \text{ cm}^2$$

### c) Fläche des Partykellers

$$A_{\text{Keller}} = 5,4 \cdot 4,5 = 24,3 \text{ m}^2$$

### Fläche der 22 Karton mit je 15 Fliesen

$$A_{\text{Fliesen}} = 22 \cdot 15 \cdot 842,4 = 277\,992 \text{ cm}^2 = 27,8 \text{ m}^2$$

### Verschnitt in m<sup>2</sup>

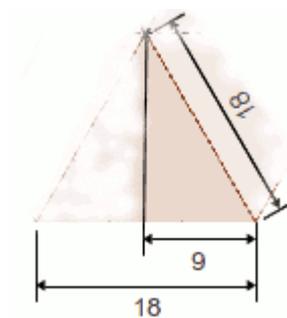
$$27,8 - 24,3 = 3,5 \text{ m}^2$$

### Verschnitt in %

$$100 \% = 24,3 \text{ m}^2$$

$$1 \% = 0,243 \text{ m}^2$$

$$3,5 \text{ m}^2 : 0,243 \text{ m}^2 = 14,4 \%$$



## QA 2004: Aufgabengruppe III, Nr. 4

In 1 mm<sup>3</sup> Blut befinden sich ca.  $5 \cdot 10^6$  rote Blutkörperchen. Ein Erwachsener besitzt ca. 6 Liter Blut.

- Wie viele rote Blutkörperchen besitzt er?
- Ein rotes Blutkörperchen hat einen Durchmesser von  $7 \cdot 10^{-3}$  mm. Wie viele Kilometer lang wäre das Band, wenn man alle roten Blutkörperchen eines Menschen aneinander legen würde?
- Die durchschnittliche Lebensdauer eines roten Blutkörperchens beträgt 120 Tage. Wie viele rote Blutkörperchen werden im Lauf von 50 Jahren gebildet? Rechne mit 360 Tagen im Jahr.QA

### Lösung

- 6 Liter = 6 dm<sup>3</sup> = 6 000 cm<sup>3</sup> = 6 000 000 ml  
 $5 \cdot 10^6 \cdot 6\,000\,000 = 30\,000\,000 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^{13}$  rote Blutkörperchen
- 1 Blutkörperchen:  $7 \cdot 10^{-3}$  mm  
 $3 \cdot 10^{13}$  rote Blutkörperchen:  $7 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \cdot 3 \cdot 10^{13} = 21 \cdot 10^{10} \text{ mm}$   
 $21 \cdot 10^7 \text{ mm} = 210\,000\,000 \text{ mm} = 210\,000 \text{ m} = 210\,000 \text{ km}$
- 120 Tage:  $3 \cdot 10^{13}$  rote Blutkörperchen  
360 Tage:  $3 \cdot 3 \cdot 10^{13} = 9 \cdot 10^{13}$  rote Blutkörperchen  
50 Jahre:  $50 \cdot 9 \cdot 10^{13} = 450 \cdot 10^{13} = 4,5 \cdot 10^{15}$  rote Blutkörperchen

## 2004: Aufgabengruppe IV - Aufgabe 1

Die Fußball – B – Jugend des FC Bini hat in der letzten Saison mit 88 Treffern einen neuen Torrekord aufgestellt. Alois, Pedro und Karl sind die besten Torjäger ihrer Mannschaft. Alois traf dreimal häufiger als Pedro, Karl schoss eine Sechstel der Tore von Alois. Die übrigen Spieler ihrer Mannschaft erzielten zusammen ebenso viele Tore wie Pedro.



Wie viele Tore erzielten jeweils Alois, Pedro und Karl in dieser Saison? Löse die Aufgabe mithilfe einer Gleichung.

### Lösung

$$\begin{aligned} \text{Alois} + \text{Pedro} + \text{Karl} + \text{Rest} &= 88 \\ 3 \cdot \text{Pedro} + \text{Pedro} + 3 \cdot \text{Pedro} : 6 + \text{Pedro} &= 88 \\ 3 \cdot \text{Pedro} + \text{Pedro} + 0,5 \cdot \text{Pedro} + \text{Pedro} &= 88 \\ 5,5 \text{ Pedro} &= 88 \quad | \cdot 5,5 \\ \text{Pedro} &= 16 \end{aligned}$$

Pedro: **16 Tore**

Alois:  $3 \cdot 16 = 48$  Tore

Karl:  $48 : 6 = 8$  Tore

Übrige Spieler:  $88 - 16 - 48 - 8 = 16$  Tore

## QA 2004: Aufgabengruppe IV, Nr. 2

Eine 9. Klasse mit 25 Schülern plant ihre Abschlussfahrt. Als Kosten soll ein Höchstbetrag von 160 € pro Schüler nicht überschritten werden.

Kostenaufstellung

- Pauschalpreis für die Busfahrt: 1 584 €
- Jugendherberge (inkl. Vollverpflegung): 98 € pro Schüler
- Vom Elternbeirat erhält die Klasse 220 € Zuschuss.



- Auf wie viel Euro belaufen sich die Kosten pro Schüler?
- Kurz vor der Fahrt stellt sich heraus, dass drei Schüler nicht teilnehmen können. Kann der festgelegte Höchstbetrag eingehalten werden?

### Lösung

- Kosten pro Schüler bei 25 Teilnehmern

**Bus:**  $1584 : 25 = 63,36 \text{ €}$

**+ Verpflegung:**  $98,00 \text{ €}$

**- Zuschuss:**  $220 : 25 = - 8,80 \text{ €}$

-----  
**Kosten** **152,56 €**

- Kosten pro Schüler bei 22 Teilnehmern

**Bus:**  $1584 : 22 = 72,00 \text{ €}$

**+ Verpflegung:**  $98,00 \text{ €}$

**- Zuschuss:**  $220 : 22 = -10,00 \text{ €}$

-----  
**Kosten** **160,00 €**

Der Höchstbetrag von 160 € kann eingehalten werden.

## QA-2004: Aufgabengruppe IV, Nr. 3

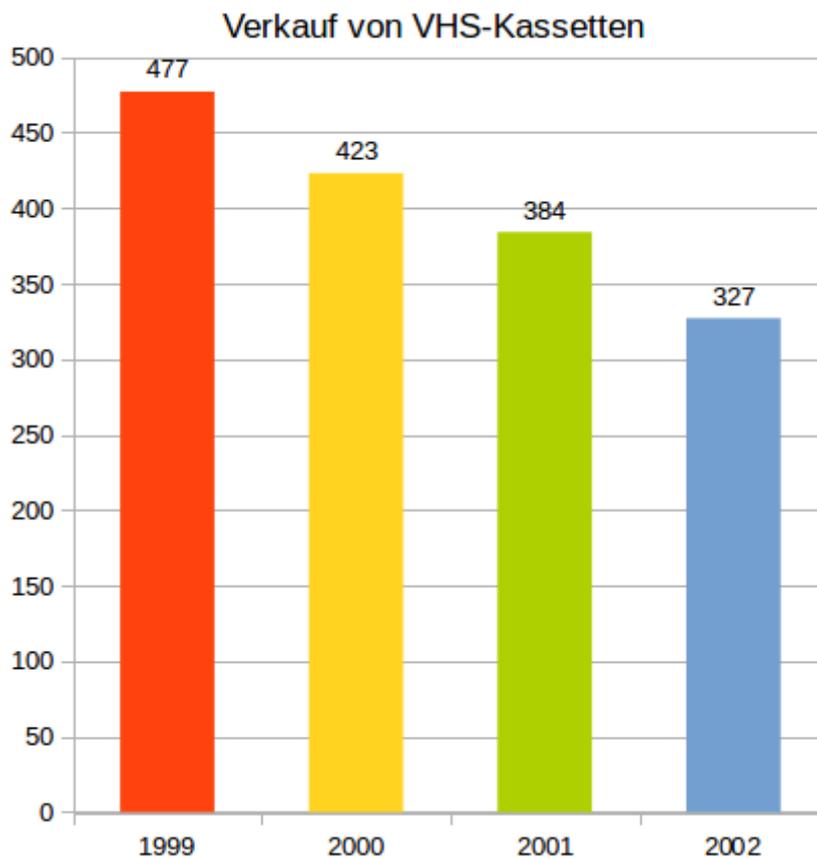
Die folgende Tabelle zeigt die Umsätze des deutschen Videomarktes in Euro.

Jahr	Vermietung		Verkauf		Gesamt
	VHS-Kassette	DVD	VHS-Kassette	DVD	
1999	218	3	477	42	860
2000	328	13	423	170	934
2001	315	41	384	407	1 147
2002	218	141	327	713	1 399

- Um wie viele Millionen Euro veränderte sich der Umsatz bei der Vermietung von VHS-Kassetten von 2001 auf 2002?
- In welchem Jahr war beim Gesamtumsatz die größte Veränderung im Vergleich zum Vorjahr festzustellen? Gib den Unterschied in Euro an.
- Berechne die prozentuale Veränderung des Umsatzes beim Verkauf der DVD von 2000 auf 2001.
- Stelle in einem Säulendiagramm den Umsatz beim Verkauf von VHS-Kassetten von 1999 bis 2002 dar (100 => Mio 2cm).

## Lösung

- a) Vermietung 2001: 315 Mio. VHS-Kassetten  
Vermietung 2002: 218 Mio. VHS-Kassetten  
**Rückgang 2002** : 315 Mio. - 218 Mio. = **97 Mio.**
- b) **Veränderung im Gesamtumsatz**  
2000 - 1999: 934 Mio - 860 Mio = 74Mio  
2001 - 2000: 1 147 Mio - 934 Mio = 213 Mio  
2002 - 2001: 1 399 Mio - 1 147 Mio = 252 Mio  
**Von 2001 auf 2002 stieg der Gesamtumsatz um 252 Mio.**
- c) Steigerung von 2000 auf 2001  
407 Mio, - 170 Mio. = 347 Mio.  
2000: 100 % 170 Mio.  
1 % = 1,7 Mio  
237 Mio : 1,7Mio = **139,4 %**  
Der Umsatz stieg um **139,4 %**.
- d) **Säulendiagramm**



e)

## QA 2004: Aufgabengruppe IV, Nr. 4

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Prisma und einer Pyramide. Die quadratischen Grundflächen beider Teilkörper sind gleich groß. Das Prisma hat eine Körperhöhe von 5 cm. Die Länge der Grundkante beträgt 3 cm. Das Volumen der Pyramide ist halb so groß wie das Volumen des Prismas.

- Fertige eine Skizze an und trage die gegebenen Maße ein.
- Berechne die Körperhöhe der Pyramide.
- Berechne die Länge einer Raumdiagonalen des Prismas

### Lösung

#### a) Höhe der Pyramide

##### Volumen des Prismas

$$V = A \cdot h_k$$

$$V = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45 \text{ cm}^3$$

##### Volumen der Pyramide

$$45 \text{ cm}^3 : 2 = 22,5 \text{ cm}^3$$

##### Höhe der Pyramide

$$V = A \cdot h_k : 3$$

$$22,5 = 3 \cdot 3 \cdot h_k : 3 \quad | : 3$$

$$\mathbf{7,5} = h_k$$

#### a) Raumdiagonale des Prismas

##### Diagonale d1 der Grundfläche

$$3^2 + 3^2 = d_1^2$$

$$18 = d_1^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$4,24 = d_1$$

##### Raumdiagonale d2

$$5^2 + 4,24^2 = d_2^2$$

$$25 + 18 = d_2^2$$

$$43 = d_2^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\mathbf{6,557} = d_2$$

