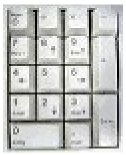
Mathe-Quali 2005: Aufgaben mit Lösungen

2005: Aufgabengruppe I, Nr. 1

1. Multipliziert man die Summe aus dem 2fachen einer Zahl und 7 mit 4 und subtrahiert davon die Differenz aus der Zahl und 3/5, so erhält man genauso viel, wie wenn man vom 17,2-fachen der Zahl das Produkt aus 6/15 und 5 subtrahiert. Wie heißt diese Zahl? Löse mithilfe einer Gleichung

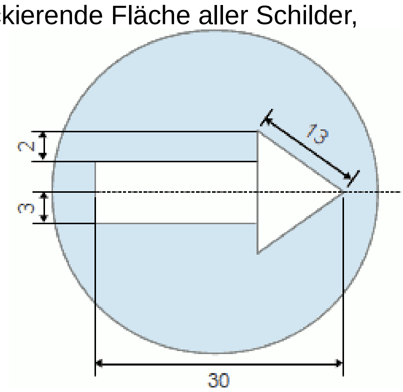


Lösung

$$\begin{aligned}
(2x + 7) \cdot 4 - (x - 0{,}6) &= 17{,}2x - 6 / 15 \cdot 5 \\
8x + 28 - x + 0{,}6 &= 17{,}2x - 2 \\
7x + 28{,}6 &= 17{,}2x - 2 && \mid -7x \\
+28{,}6 &= 10{,}2x - 2 && \mid +2 \\
+30{,}6 &= 10{,}2x && \mid : 10{,}2 \\
+3 &= x
\end{aligned}$$

QA 2005: Aufgabengruppe I, Nr. 2

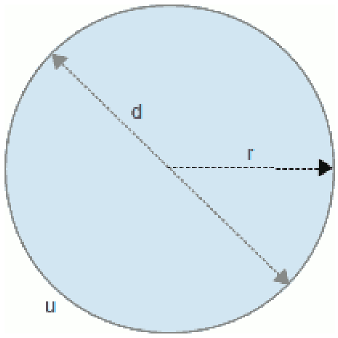
Für eine Ausstellung werden 20 Schilder aus weißem Kunststoff hergestellt. Die schraffierte Fläche soll blau lackiert werden (siehe Skizze; Maße in cm). Berechne die insgesamt zu lackierende Fläche aller Schilder, wenn nur die Vorderseite lackiert werden soll.
Der Umfang des Schildes beträgt 125,6 cm.



Lösung

Radius des Schildes

U = d * 3,14
125,6 = d * 3,14 | ; 3m14
40 = d
r = 40 : 2 = 20 cm



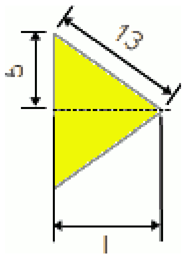
Schildfläche

A_{Schild} = r² * 3,14

A_{Schild} = 20 20 * 3,14 = 1256 cm²

Länge der Pfeilspitze

13² = 5² + l²
169 = 25 + l² | - 25
144 = l² | √
12 = l



Fläche der Pfeilspitze

A_{Spitze} = g * h / 2

A_{Spitze} = 10 * 12 / 2 = 60 cm²

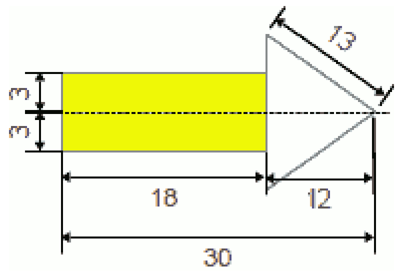
Fläche des Pfeilschaftes

l_{Schaft} = 30 - 12 = 18 cm

b_{Schaft} =2 + 3 + 2 + 3 = 10 cm

A_{Schaft} = l * b

A_{Schaft} = 18 * 6 = 108 cm²



Zu lackierende Fläche bei einem Schild

A = A_{Kreis} - $A_{Pfeilspitze}$ - $A_{Pfeilschaft}$

A = 1256 - 60 - 108 = 1088 cm²

Zu lackierende Fläche bei 20 Schildern

1088 * 20 = 21760 cm² = **2,176 m²**

QA 2005: Aufgabengruppe I, Nr. 3

Felix Kramer darf seinen Onkel in den USA besuche. Daher interessiert ihn der Wechselkurs Euro (€) zu US-Dollar ($).

a) Übertrage folgende Tabelle auf dein Arbeitsblatt und ergänze die fehlenden Werte.

US-Dollar ($)	1,00	**1,30**	35,75	58,50	**65,00**
Euro (€)	**0,77**	1,00	27,50	**45,00**	50,00

b) Seine "Traumsportschuhe" kosten hier im Geschäft 73,00 €. Durch die Homepage eines amerikanischen Sportgeschäfts erfährt Felix, dass seine "Traumsportschuhe" in den USA 87,99 $ kosten. Kann er sie bei seinem Aufenthalt in den USA im Sportgeschäft günstiger kaufen?

Lösung

a) Fehlende Tabellenwerte berechnen

35,75 $ = 27,50 €
1,00 $ = 27,50 : 35,75 = 0,76923 €

27,50 € = 35,75 $
1,00 € = 35,75 : 27,50 = 1,30 $

1,00 $ = 0,76923 €
58,50 $ = 0,76923 * 58,50 = 44,9999 € = 45,00 €

1,00 € = 1,30 $
50,00 € = 1,30 * 50,00 = 65,00 €

b) 87,99 $ in Euro umrechnen

1, 00 $ = 0,76923 €
87,99 $ = 0,76923 * 87,99 = 67,6845 €

Die Turnschuhe sind in den USA günstiger.

QA-2005: Aufgabengruppe I, Nr. 4

Das folgende Schaubild zeigt die Zahl der Gästeübernachtungen in den Jahren 2001 bis 2003:

Betriebsarten	**Einheit**	**2001**	**2002**	**2003**
Hotels	Mio.	123,50	119,29	120,20
Gasthöfe	Mio.	19,95	18,78	18,49
Pensionen	Mio.	14,65	13,90	13,38
Erholungs-, Fereien und Schulungsheime	Mio.	26,04	25,75	25,76
Ferienzentren, -häuser und -wohnungen	Mio.	40,59	40,54	39,92
Jugendherbergen u. ä. Einrichtungen	Mio.	13,88	14,00	14,25
Übernachtungen insgesamt	Mio.	**238,61**	**232,26**	**?**

1. Wie viele Übernachtungen gab es insgesamt im Jahr 2003?
2. Berechne für das Jahr 2002 den prozentualen Anteil der Hotels bezogen auf die Übernachtungen dieses Jahres insgesamt.
3. Betrachte die Entwicklung der Übernachtungen bei den Pensionen von 2002 auf 2003.
   Wie viele Übernachtungen entfallen auf die Pensionen im Jahr 2004, wenn die prozentuale Veränderung auch für den Zeitraum 2003 auf 2004 gelten würde?
4. Berechne jeweils für die Bereiche "Hotels", "Gasthöfe" und "Pensionen" die durchschnittliche Zahl der Übernachtungen in den Jahren 2001 bis 2003.
   Stelle diese Durchschnittswerte in einem Säulendiagramm dar (1 cm => 10 Mio.)

Lösung

a) 120,20 + 18,49 + 13,38 + 25,76 + 39,92 + 14,25 = **232, 00 Mio.**

Es waren 2003 insgesamt 232,00 Mio. Übernachtungen.

b) 100 % = 232,26 Mio

1 % = 0,23226 Mio.

119,29 : 0,23226 = 51,4 %

Der Anteil der Hotelübernachtungen 2002 betrug **51,4 %.**

c) 2002: 100 % = 13,90 Mio.

1 % = 0,1390 Mio.

2003: 13,38 : 0,1390 = 96,3 %

Prognose 2004

2003: 100 % = 13,38 Mio:

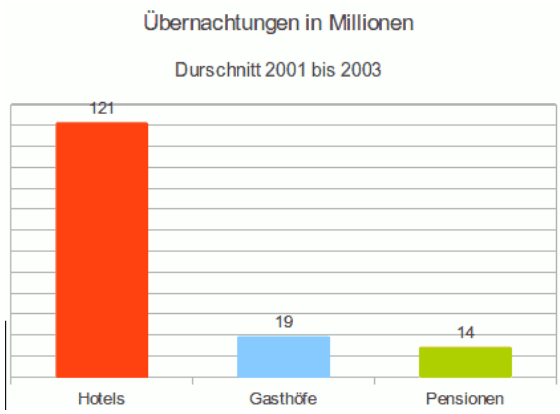
2004: 96,3 % = 13,38 : 100 * 96,3 = 12,88 Mio.

Die Prognose für Übernachtungen in Pensionen: **12,88 Mio.**

d) Durchschnitt Hotels: (123,50 + 119,29 + 120,20) : 3 =**121 Mio**.

Durschnitt Gasthöfe: (19,95 + 18,78 + 18,49) : 3 = **19 Mio.**

Durschnitt Pensionen: (14,65 + 13,90 + 13,38) : 3 = **14 Mio**.



2005 - Aufgabengruppe II, Nr. 1

$$\frac{3(x+20)}{4}-\frac{5}{8}-\frac{1}{2}(2x+0{,}5\,x)=\frac{x+0{,}75}{2}$$

Lösung

Viertel, Achtel und Halbe lassen sich als Dezimalbrüche darstellen.

0,75 * (x + 20) - 0,625 - x - 0,25 x = 0,5 x + 0,375

0,75 x + 15 - 0,625 - x - 0,25 x = 0,5 x + 0,375

- 0,5 x + 14,375 = 0,5 x + 0,375 | + 0,5 x

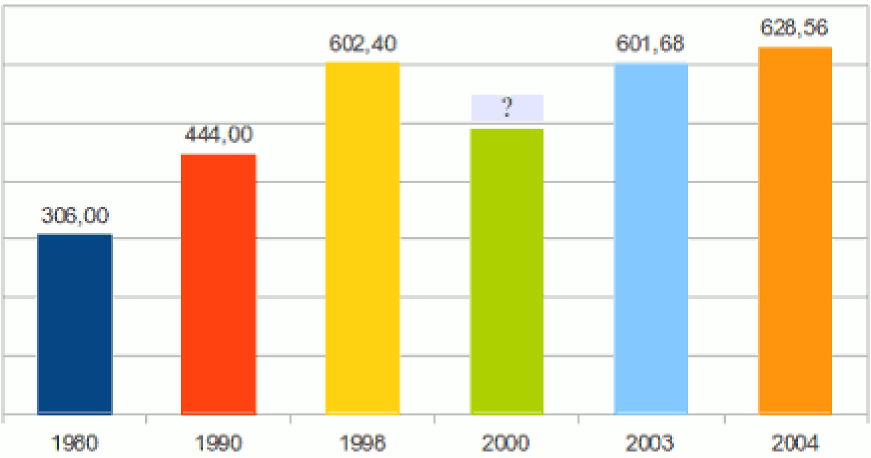
+ 14,375 = x + 0,375 |- 0,375

+ 14 = x

QA-2005: Aufgabengruppe II, Nr. 2

Stromrechnung

Durchschnittliche jährliche Kosten eines Dreipersonenhaushaltes in €



a) Um wie viel Prozent haben sich die Stromkosten von 1980 auf 2004 erhöht?

b) von 1998 bis 2000 sanken die Kosten um 19 %. Berechne diese für das Jahr 2000.

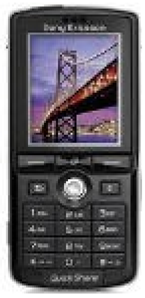
c) Im Jahr 2004 entfielen 11 % der Stromrechnung auf die Ökosteuer. Wie hoch waren die monatlichen Kosten für die Ökosteuer?

Lösungen

1. 100 % = 306,00 €
   1 % = 3,06 €
   628,56 : 3,06 = 205,4 %
   Die Erhöhung betrug 105,4 %.
2. 1998: 100 % = 602,40 €
   1 % = 6,024 €
   2000: 81 % = 6,024 * 81 = 487,94 €
   Die Stromkosten für 2000 beliefen sich auf 487,94 €.
3. Ökosteuer im Jahr
   100 % = 628,56 €
   1 % = 6,2856 €
   11 % = 6,2856 * 11 = 69,14 €
   Ökosteuer im Monat
   69,14 : 12 = 5,76 €
   Die Ökosteuer kostete im Monat 5,76 €

QA 2005: Aufgabengruppe II, Nr. 3

Mobilfunktarife



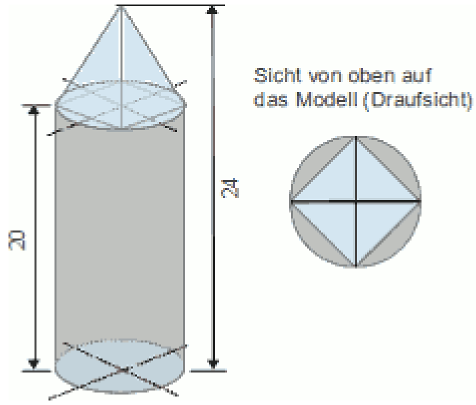
1. Herr Ernst bezahlt im Tarif A eines Mobilfunkunternehmens 0,66 € pro Gesprächsminute bei sekundengenauer Abrechnung in alle Mobilfunk- und Festnetze. Eine Grundgebühr wird nicht erhoben. Welche Kosten entstehen jeweils bei einem Gespräch von 6 Minuten 20 Sekunden und einem Gespräch von 2 Minuten 20 Sekunden?
2. Herr Gruber telefoniert im Tarif B des gleichen Anbieters bei ebenfalls sekundengenauer Abrechnung. Allerdings wird eine monatliche Grundgebühr von 8 € erhoben. für 184 Gesprächsminuten erhält er eine Rechnung von 72,40 €. Wie hoch sind die Kosten für eine Gesprächsminute im Tarif B?
3. Berechne, welcher Tarif bei einer monatlichen Gesprächszeit von 8 Minunten und 30 Sekunden günstiger ist.

Lösung

1. 6 min 20 s = 380 s
   60 s = 0,66 €
   20 s = 0,66 : 3 = 0,22 €
   380 s = 0,22 * 19 = 4,18 €
   140 s = 0,22 * 7 = **1,54 €**
2. **Rechnung ohne Grundgebühr**
   72,40 - 8,00 = 64,40 €
   184 min = 64,40 €
   1 min = 64,40 : 184 = **0,35 €**
3. **Tarif A**
   0,66 * 8,5 = 5,61 €
   Tarif B
   8 € + 0,35 * 8,5 = 10,975 €
   Tarif A ist deutlich günstiger.

QA 2005: Aufgabengruppe II, Nr. 4

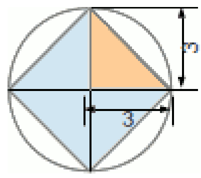
Das Holzmodell eines Hochhauses besteht aus einem Zylinder und einer aufgesetzten quadratischen Pyramide (siehe Skizze; Maße in cm).
Berechne das Volumen des Holzmodells, wenn die Grundfläche des Zylinders 28,26 cm² beträgt.



Lösung

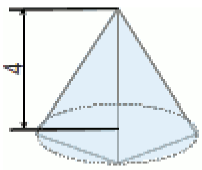
Volumen Zylinder
$V = A * h_k$
$V = 28{,}26 * 20 = 565{,}2$ cm³

Radius Grundfläche/Decke
$A = r^2 * 3{,}14$
$28{,}26 = r^2 * 3{,}14 \quad | : 3{,}14$
$9 = r^2$
$3 = r$



Pyramidengrundfläche (4 Dreiecke)
$4 * 3^2 : 2 = 18$ cm²

Volumen der aufgesetzten Pyramide
$V = A * h_k / 3$
$V = 18 * 4 / 3 = 24$ cm³



Grundfläche = 18 cm²

Gesamtvolumen
565,2 + 24 = **568,12cm³**

2005 - Aufgabengruppe III, Nr. 1

$(16{,}8x - 14{,}4) : 4 - 2 * (0{,}6x + 0{,}9) = 8{,}6 - 3 * 0{,}5x + 11{,}4 - (4{,}6 + 2x)$

Lösung

Klammer auflösen
$4{,}2x - 3{,}6 - 1{,}2x - 1{,}8 = 8{,}6 - 1{,}5x + 11{,}4 - 4{,}6 - 2x$

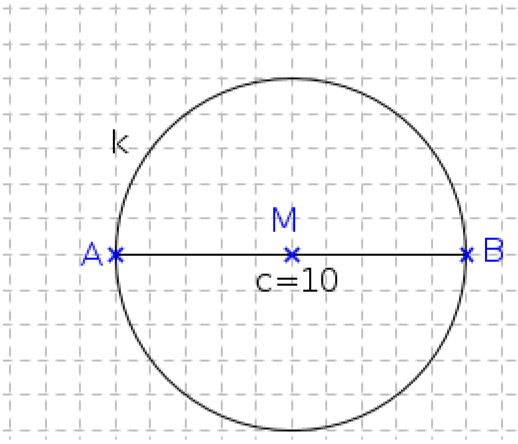
Seiten zusammenfassen
$3x - 5{,}4 = 15{,}4 - 3{,}5x \quad | + 3{,}5x$
$6{,}5x - 5{,}4 = 15{,}4 \quad | + 5{,}4$
$6{,}5x = 20{,}8 \quad | : 6{,}5$
$x = 3{,}2$

QA 2005: Aufgabengruppe III, Nr. 2

Lösung

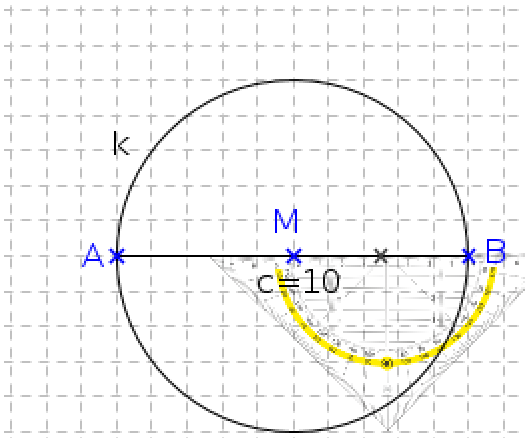
2. Punkt A hat von Punkt B einen Abstand von 10 cm. Die Strecke [AB] ist der Durchmesser eines Kreises k um den Mittelpunkt M.

a) Zeichne den Kreis k um M.

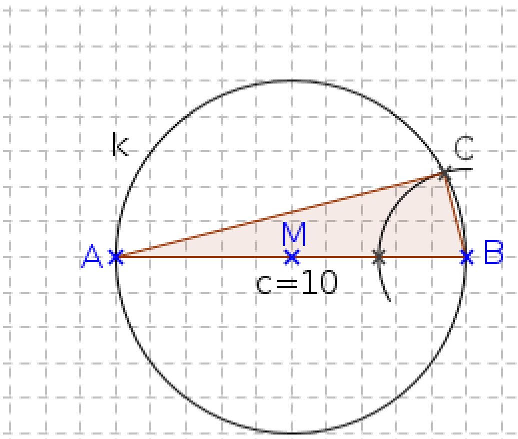


Punkte A und B mit 10 cm Abstand.
Mittelpunkt M der Strecke [AB]. Kreis um M.

b) iDer Punkt C liegt auf er Kreislinie von k und bildet zusammen mit den Punkten A und B das Dreieck ABC. Zeichne das Dreieck ABC, so dass die Strecke [BC] genau halb so lang ist wie die Strecke [BM].

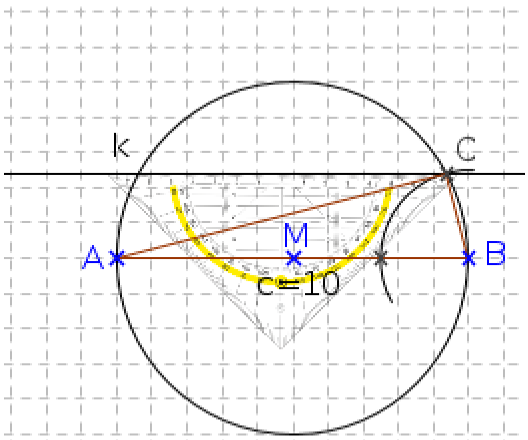


Mittelpunkt der Strecke [MB]



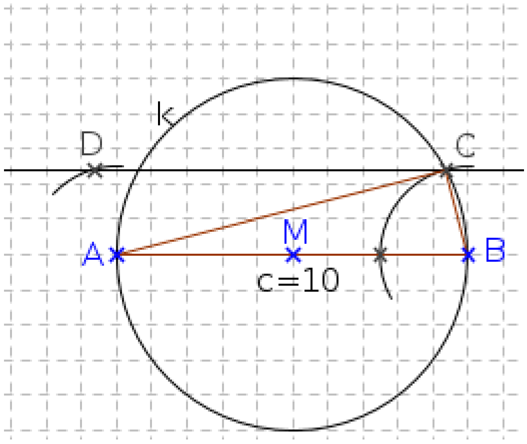
Teilkreis um B mit 2,5 cm Radius. Punkt C ist der Schnittpunkt des Teilkreises mit Kreis k.
Drececk ABC

c) Zeichne die Parallele p zur Streck [BC] durch den Punkt A.

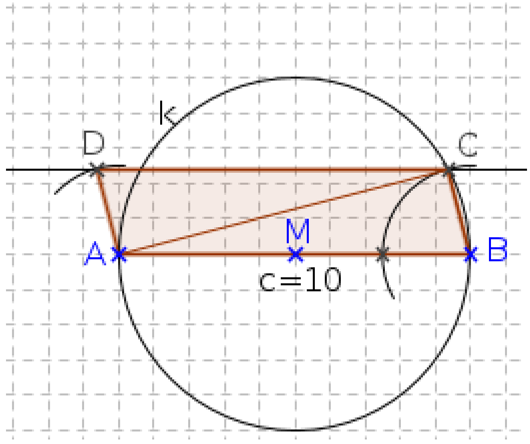


Parallele zur Strecke [AB]

d) Der Punkt D auf der Parallelen p ergänzt das Dreieck ABC zum Parallelogramm ABCD. Zeichne dieses Parallelogramm.

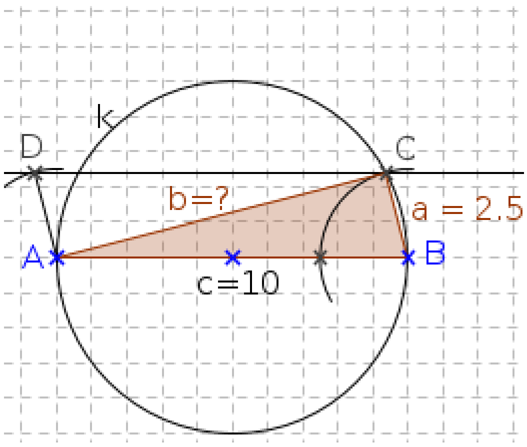


Teilreis um A mit r = [BC]



Der Schnittpunkt von Paralleler p und Teilkreis ist der fehlende Punkt D des Parallologramms.

e) Die Strecke [AC] steht senkrecht auf der Strecke [BC]. Berechne die Länge der Strecke [AC].



Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Also gilt der Satz des Pythagoras.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 10 * 10 &= 2{,}5 * 2{,}5 + b^2 \\ 100 &= 6{,}25 + b^2 \quad | -6{,}25 \\ 93{,}75 &= b^2 \quad | \sqrt{} \\ 9{,}68 &= b \end{aligned}$$

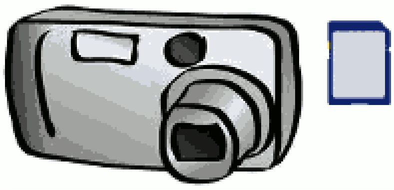
Die Strecke [AC] misst 9,68 cm.

QA-2005: Aufgabengruppe III, Nr. 3

Bianca möchte sich ein Kameraset aus einer Digitalkamera und einer dazu passende Speicherkarte kaufen. Sie kann sich zwischen zwei Angeboten entscheiden (siehe Skizze)

Angebot 1:
Internetshop

Kamera + Speicherkarte: 424 €



zuzüglich

* 1,8 % Versicherung
* 7,50 € Versand

Angebot 2:
örtlicher Fachhändler

Bisher: 399 €

Speicherkarte: 79 €

Jetzt Sonderaktion!
Kamerapreis - 15 %

1. Berechne die Gesamtkosten des Kamerasets im Internetshop.
2. Berechne die Gesamtkosten des Kamerasets beim örtlichen Fachhändler.
3. Wie viel Prozent liegt das günstigere Angebot unter dem des Konkurrenten?

Lösung

1. **Versicherung**
   100 % = 424 €
   1,,8 % = 424 € / 100 * 1,8 = 7,632 €
   Gesamtkosten im Internetshop
   424 € + 7,50 € + 7,63 € = **439,13 €**
2. **15 % Rabatt bei örtlichen Händler**
   100 % = 399
   15 % = 399 : 100 * 15 = 59,85 €
   Kamera - Rabatt + Speicherkarte
   399 - 59,85 + 79 = **418,15 €**
3. **Preisvorteil in Euro**
   439,13 € - 418,15 € = 20,98 €
   Preisvorteil in Prozent
   100 % = 439,13 €
   1 % = 4,3913 €
   20,98 : 4,3913 = 4,77 % ≈ **4,8 %**

QA 2005: Aufgabengruppe III, Nr. 4

4. a) Ein Kohlenstoff-Atm hat eine Masse von $1{,}993 * 10^{-23}$ g. Die sogenannte Masseneinheit μ ist der zwölfte Teil davon. Berechne μ.
   b) Ein Wasserteilchen setzt sich aus zwei Wassertoff-Atomen und einem Sauerstoff-Atom zusammen.

Element	Masse des Atoms
Wasserstoff	$1{,}674 * 10^{-24}$ g
Sauerstoff	$2{,}657 * 10^{-23}$ g

   Berechne die Masse eines Wasserteilchens.

   c) Ein Blei-Atom hat eine Masse von $3{,}44 * 10^{-22}$ g.
   Aus wie viel Atomen bestehen 50 g Blei?

Lösung

a) $1{,}993 * 10^{-23} : 12 = 0{,}1660 * 10^{-23} = 1{,}6608 * 10^{-24} \approx \mathbf{1{,}661 * 10^{-24}}$

b) $2 * 1{,}674 * 10^{-24} + 2{,}657 * 10^{-23} =$

$3{,}348 * 10^{-24} + 2{,}657 * 10^{-23} =$

$0{,}3348 * 10^{-23} + 2{,}657 * 10\text{-}23 = 2{,}9918 * 10^{-23}$ g $\approx \mathbf{2{,}992 * 10^{-23}}$

c) $50 : (3{,}44 * 10^{-22}) = 50 : 3{,}44 * 10^{22} = 14{,}53 * 10^{22} = \mathbf{1{,}453 * 10^{-23}}$

2005: Aufgabengruppe IV - Aufgabe 1

1. Sabine, Lena und Karin sammelten Geld für einen wohltätigen Zweck. Sabine bekam halb so viel wie Lena. Karin erhielt 8 € mehr als Sabine. Damit insgesamt 200 €zusammenkamen, spendet Sabines Mutter noch 10 €. Wie viel sammelte jedes Mädchen?

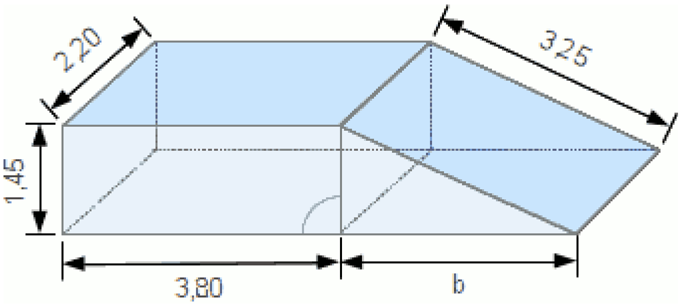
Lösung

Sabine + Lena + Karin + Mutter = 200
Lena : 2 + Lena + Lena : 2 + 8 + 10 = 200
0,5 Lena + Lena + 0,5 Lena + 8 + 10 = 200
2 Lena + 18 = 200 | - 18
2 Lena = 182 | : 2
Lena = 91

Sabine: 91 : 2 = **45,50 €**
Lena: **91,00 €**
Karin: 45,50 + 8 = **43,50 €**

QA 2005: Aufgabengruppe IV, Nr. 2

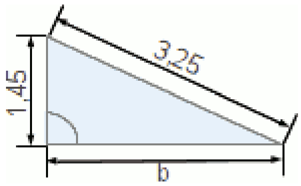
Die Gemeinde Neudorf baut für die Jugendlichen eine Skateboard-Rampe.



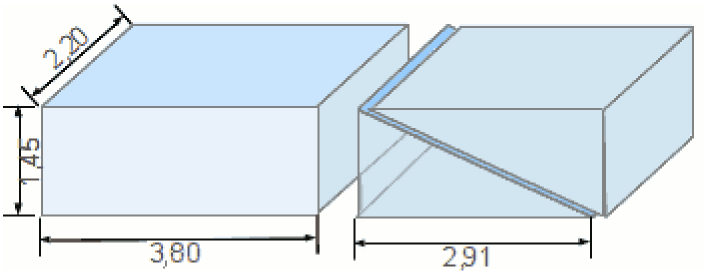
1. Berechne die Länge von b. Runde das Endergebnis auf zwei Kommastellen.
2. Die Rampe wird vollständig aus Beton gefertigt. Wie viel m^3 Beton werden verarbeitet? Berechne auf eine Kommastelle gerundet!
3. Die Seitenflächen – nicht der Boden und nicht die blau eingezeichnete Fahrfläche sollen gestrichen werden. Ein Liter Farbe reicht für 6 m². Wie viel Farbe wird benötigt? (Runde auf zwei Kommastellen)

Lösung

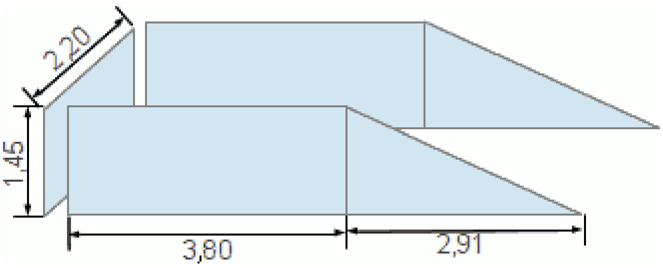
1. $1{,}45^2 + b^2 = 3{,}25^2$
   $2{,}1025 + b^2 = 10{,}5625 \quad | - 2{,}1025$
   $b^2 = 8{,}46 \quad | \sqrt{}$
   b = **2,91**



2. Beton: linker Quader + rechter Quader : 2
   V = 3,80 * 2,20 * 1,45 + 2,91 * 2,20 * 1,45 : 2 =
   = 12,122 + 4,64145
   =
   = 16,76345 m³ ≈ **16,8 m³**



3. 2 * Vorderseite
   2 * (3,80 * 1,45 + 2,91 * 1,45 : 2) =
   2 * (5,51 + 2,10975) =
   2 * 7,61975 =
   15,2395 ≈ 15,24 m²
   Linke Seitenfläche
   2,20 * 1,45 = 3,19 m²
   Zu streichen:
   15,24 + 3,19 = 18,43 m²
   Benötigte Farbe
   1 Liter = 6 m²
   18,43 : 6 = 2,728 = 3,07 Liter ≈ **3 Liter**



QA-2005 - Aufgabengruppe IV, Nr. 3

Herr Kunze möchte ein gebrauchtes Auto für 4300 € kaufen. Der Händler biete ihm an:

2 % Rabattt bei Barzahlung oder 9 Monatsraten zu je 490 € (ohne Anzahlung)

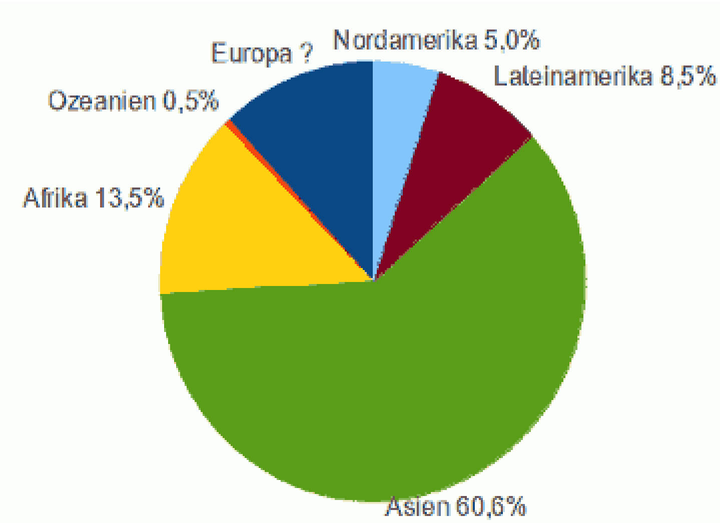
1. Berechne den Barzahlungsrabatt.
2. Um das Barzahlungsangebot nützen zu können, würde ihm sein Bruder die benötigte Summe ein halbes Jahr lang zu einem Zinssatz von 2,5 % leihen. Würde sich das für Herrn Kunze lohnen?
3. Herr Kunze verdient monatlich 1750 €. Und könnte 2/7 davon jeweils für den Autokauf verwenden. Wäre damit der Ratenkauf möglich?
4. Mit welchem Zinssatz kalkuliert der Autohändler beim Ratenkauf?

Lösung

1. **Barzahlungsrabatt**
   100 % = 4 300 €
   2 % = 4 300 : 100 * 2 = **86 €**
2. **Zinsen an seinen Bruder**
   Z = K * p * t / (100 * 12)
   Z = 4 214 * 2,5 * 6 / 1200 = 52,675 € ≈ **52,68 €**
   Es würde sich lohnen, weil er mehr Rabatt bekommt als er Zins zahlt.
3. **Zwei Siebtel des Einkommens**
   1 750 : 7 * 2 = **500 €**
   Ein Ratenkauf wäre möglich bei 490 € monatlicher Rate.
4. **9 Monatsraten**
   490 * 9 = 4 410 €
   Zinsen für 4 300 € in 9 Monaten
   4 410 - 4 300 = 110 €
   Z = K * p * t / (100 * 12)
   110 = 4300 * p * 9 / 1200 | * 1200 : 9 : 4300
   3,41 = p
   Der Händler kalkuliert mit **3,41 %** Zinssatz.

2005: Aufgabengruppe IV, Nr. 4

Die Bevölkerung der Welt im Jahr 2000 (Quelle: Informationen zur politischen Bildung)



1. Berechne den prozentualen Anteil Europas an der Weltbevölkerung.
2. In Nord- und Lateinaerika leben im Jahr 2000 insgesamt 830 Millionen Menschen. Berechne die damalige Weltbevölkerung in Milliarden. Runde das Endergebnis auf zwei Kommastellen.
3. Im Jahr 1950 betrug die Weltbevölkerung 2,52 Milliarden Menschen. Um wie viel Prozent wuchs die Weltbevölkerung bis zum Jahr 2000 an?

Lösung

1. Prozentanteil Europas
   100 % - 5 % - 8,5 % - 60,6 % - 13,5 % - 0,5 % = **11,9 %**
2. Prozentanteile Nord- plus Lateinameirkas
   5 % + 8,5 % = 13 %
   13 % = 830 Mio.
   1 % = 830 : 13 = 61,48148
   100 % = 61,48148 * 100 = 6 148,148 = 6 148,15 Mio. = **6,15 Mrd.**
3. 1950: 100 % = 2,52 Mrd. = 2 520 Mio.
   1 % = 25,2 Mio.
   6 148,15 : 25,2 = 243,9 % = 244 %
   Anstieg: 244 % - 100 % = **144 %**