

# Mathe-Quali 2016 - Teil B: Aufgaben mit Lösungen

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. I/1

1. Löse die folgende Gleichung:

$$3 \cdot (1,5x - 2,5) - (3x - 5) + (3,5x + 7) : 0,2 = 12,5x$$

**Lösung**

$$\begin{aligned} 3 \cdot (1,5x - 2,5) - (3x - 5) + (3,5x + 7) : 0,2 &= 12,5x && | \text{ Klammern auflösen} \\ 4,5x - 7,5 - 3x + 5 + 17,5x + 35 &= 12,5x && | \text{ Zusammenfassen} \\ 19x + 32,5 &= 12,5x && | - 12,5x \\ 6,5x + 32,5 &= 0 && | - 32,5 \\ 6,5x &= - 32,5 && | : 6,5 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Angaben ohne Gewähr

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. I/2

2. Raphael möchte am Ende seiner Lehrzeit nach Südamerika reisen.

b) Neun Monate lang spart er für diese Reise. Monatlich spart er 120 €.

Seine Oma schenkt ihm zusätzlich noch ein Drittel des von ihm gesparten Gesamtbetrages.

Berechne, welchen Betrag er insgesamt zur Verfügung hat.

c) Seine Eltern legen für ihn einmalig neun Monate lang einen Betrag von 1500 € zum Zinssatz von 1,2 % bei der Bank an. Ermittle rechnerisch, wie viel Geld er einschließlich der Zinsen nach dieser Zeit von seinen Eltern erhält.

d) Raphael nimmt an, dass die Reise insgesamt 3500 € kostet. Darin ist ein Betrag von 500 € als Taschengeld eingeplant.

Berechne den Prozentsatz des Taschengeldes an den gesamten Reisekosten.



### Lösung

1. **Erspartes + "Zuschuss" von Oma**

Erspartes:  $120 \text{ €} \cdot 9 = 1\,080 \text{ €}$

Omas Zuschuss:  $1\,080 \text{ €} : 3 = 360 \text{ €}$

**An Erspartem und "Oma-Zuschuss" stehen zur Verfügung:**

**$1\,080 \text{ €} + 360 \text{ €} = 1\,440 \text{ €}$ .**

2.  **$1\,500 \text{ €} + 1,2 \%$  Zinsen dafür in 9 Monate von seinen Eltern Jahreszins**

$100 \% = 1\,500 \text{ €}$

$1 \% = 1\,500 \text{ €} : 100 = 15 \text{ €}$

$1,2 \% = 15 \text{ €} \cdot 1,2 = 18 \text{ €}$

**Zins für 9 Monate**

12 Monate = 18 €

9 Monate =  $18 \text{ €} : 12 \cdot 9 = 13,50 \text{ €}$

**Er erhält von seinen Eltern:  $1\,500 \text{ €} + 13,50 \text{ €} = 1\,513,50 \text{ €}$**

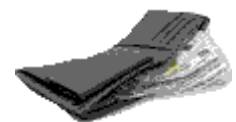
3. **Prozentsatz des Taschengeldes an den geschätzten Reisekosten von 3 500 €**

$100 \% = 3\,500 \text{ €}$

$1 \% = 3\,500 \text{ €} : 100 = 35 \text{ €}$

$500 \text{ €} : 35 \text{ €} = 14,28 \% \approx 14,3 \%$

**14,3 % der Gesamtkosten entfallen auf das Taschengeld.**



Angaben ohne Gewähr

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. I/3

3. Herr Huber macht mit seiner kleinen Tochter Sofia eine Radtour.  
Mit seinem Fahrrad legt er pro Pedalumdrehung (siehe Skizze) 4,50 m zurück.  
Sofia schafft mit ihrem Kinderrad nur 2,50 m pro Pedalumdrehung.

a) Bestimme die folgenden Werte.

Herr Huber:

Pedalumdrehungen	80	150	
Zurückgelegte Strecke	360	675	900

Sofia:

Pedalumdrehungen	40	150	350
Zurückgelegte Strecke		375	875



b) Stelle jeweils den Graphen für Sofia und ihren Vater in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar.  
Rechtswertachse: 50 Pedalumdrehungen = 1 cm  
Hochwertachse: 100 Meter = 1 cm

c) Die Radtour endet nach 3,6 km. Berechne, wie viele Pedalumdrehungen Sofia mehr machen musste als ihr Vater.

**Lösung a)** Herr Huber:

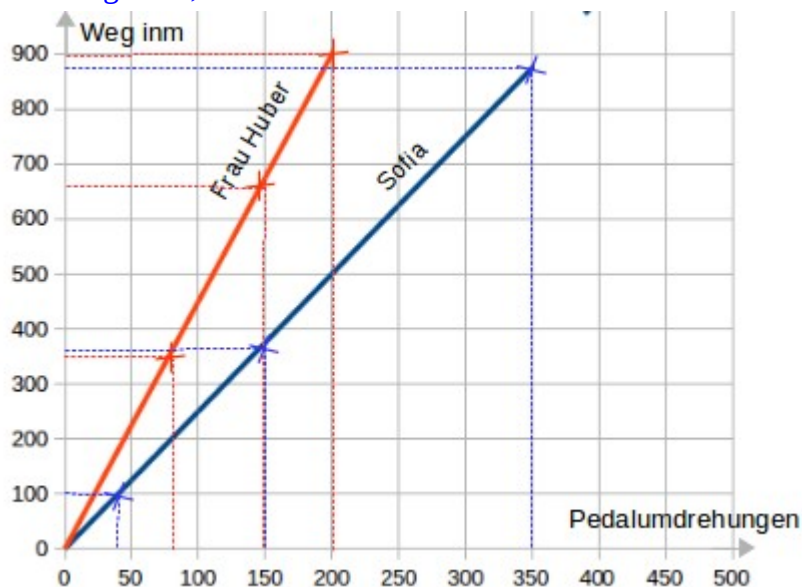
4,50 m: 1 Umdrehung

900 m:  $900 : 4,50 = 200$  Umdrehungen

Sofia: 1 Umdrehung: 2,50 m

40 Umdrehungen:  $2,50 \text{ m} * 40 = 100 \text{ m}$

**Lösung b)**  
**Lösung c)**



**Pedalumdrehungen des Vaters:**

3,6 km = 3 600 m

4,50 m: 1 Umdrehung

3 600 m:  $3\,600 : 4,50 = 800$  Umdrehungen

**Pedalumdrehungen von Sofia:**

2,50 m: 1 Umdrehung

3 600 m:  $3\,600 : 2,50 = 1\,440$  Umdrehungen

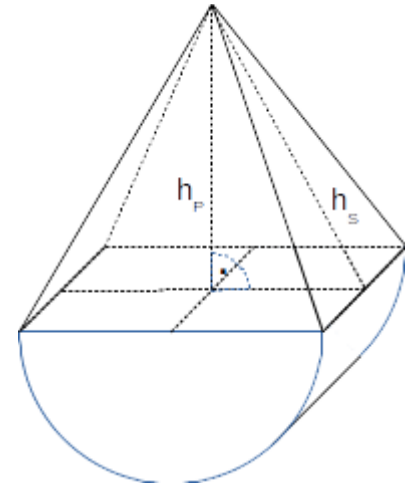
**So viel muss Sofia mehr Pedalumdrehungen machen:  $1\,440 - 800 = 640$  Umdrehungen.**

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. I/4

4. Ein Werkstück besteht aus einem Halbzylinder und einer quadratischen Pyramide ( $h_p = 16 \text{ cm}$ ;  $h_s = 20 \text{ cm}$ ). Berechne das Volumen des Werkstücks.

Hinweis:

Sizze nicht maßstabsgetreu



### Lösung

#### Gesamtvolumen

$$V_{\text{Gesamt}} = V_{\text{Pyramide}} + V_{\text{Halbzylinder}}$$

#### Volumen der quadratischen Pyramide

Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche. Deren Seite  $a$  ist doppelt so lang wie die Grundlinie  $g$  des rechtwinkligen Dreiecks. Diese Seite  $g$  lässt sich mit dem Satz des Pythagoras ermitteln.

$$g^2 + h_p^2 = h_s^2$$

$$g^2 + 16^2 = 20^2$$

$$g^2 + 256 = 400 \quad | - 256$$

$$g^2 = 144 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$g = 12$$

$$a = 2 * 12 = 24$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} * a * a * h_p$$

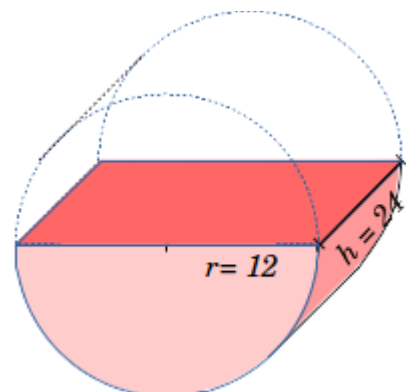
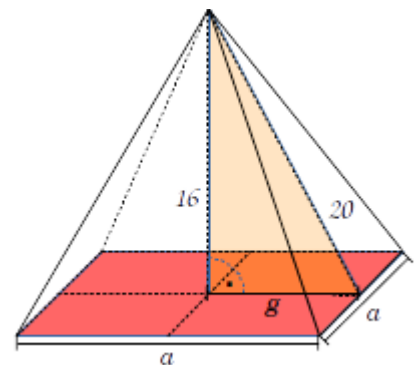
$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} * 24 * 24 * 16 = 3\,072 \text{ cm}^3$$

#### Volumen Halbzylinder

Der Radius der Grundfläche des Halbzylinders beträgt 12 cm, die Höhe 24 cm.

$$V_{\text{Halbzylinder}} = \frac{1}{2} * r * r * 3,14 * h_{\text{Zylinder}}$$

$$V_{\text{Halbzylinder}} = \frac{1}{2} * 12 * 12 * 3,14 * 24 = 5425,92 \text{ cm}^3$$



#### Gesamtvolumen

$$V_{\text{Gesamt}} = 3\,072 \text{ cm}^3 + 5425,92 \text{ cm}^3 = 8\,497,92 \text{ cm}^3$$

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. II/1

1. Die Eisdiele Abruzzo verkaufte an einem Samstag insgesamt 540 Kugeln Eis. Sie bietet die Sorten Schokolade, Vanille, Zitrone und Erdbeere an.

Vom Vanilleeis wurden 40 Kugeln weniger verkauft als vom Zitroneneis.

Von der Sorte Erdbeere wurden viermal so viel Kugeln verkauft wie von der Sorte Vanille.

Vom Schokoladeneis wurden 80 Kugeln verkauft.



Wie viele Kugeln Eis wurden von jeder Sorte verkauft? Löse mit Hilfe einer Gleichung.

### Lösung

Kugeln Zitrone	Kugeln Vanille	Kugeln Erdbeere	Kugeln Schokolade	Kugeln Insgesamt
				
Zitrone (= z)	40 weniger als Zitrone	4x so viel wie Vanille	80	540

### GLEICHUNG mit z als Platzhalter:

$$\begin{array}{rcll}
 z & + z - 40 & + 4 \cdot (z - 40) & + 80 & = 540 & | \text{ Klammern weg} \\
 & z + z - 40 & + 4z - 160 & + 80 & = 540 & | \text{ vereinfacht} \\
 & & 6z - 120 & & = 540 & | + 120 \\
 & & 6z & & = 660 & | : 6 \\
 & & z & & = 110 & 
 \end{array}$$

### Antwort:

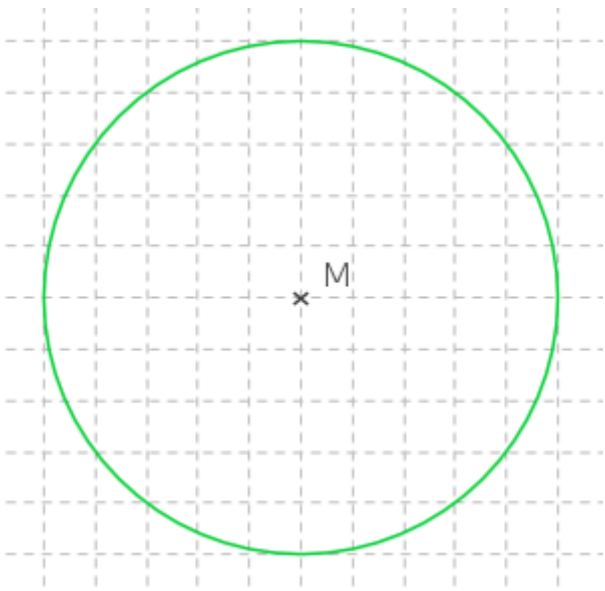
Kugeln Zitrone: 110  
 Kugeln Vanille:  $110 - 40 = 70$   
 Kugeln Erdbeere:  $4 \cdot 70 = 280$   
 Kugeln Schokolade: 80

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. II/2

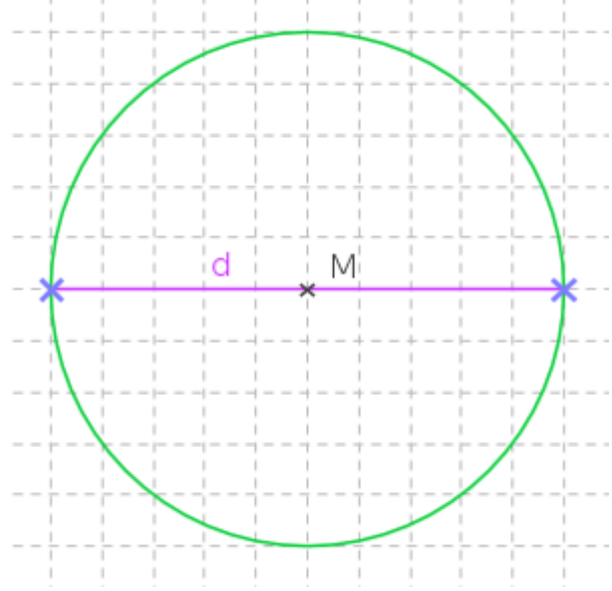
Zeichne ein regelmäßiges Sechseck mit einer Seitenlänge von 5 cm  
Berechne den Flächeninhalt des Sechsecks.

### Lösung:

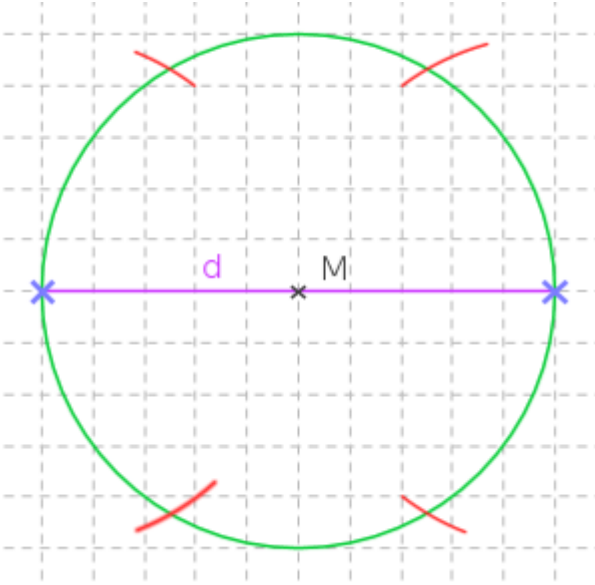
Die Ecken des regelmäßigen Sechsecks liegen auf einem Kreis mit  $r = 5$  cm und haben einen Abstand zueinander von 5 cm.



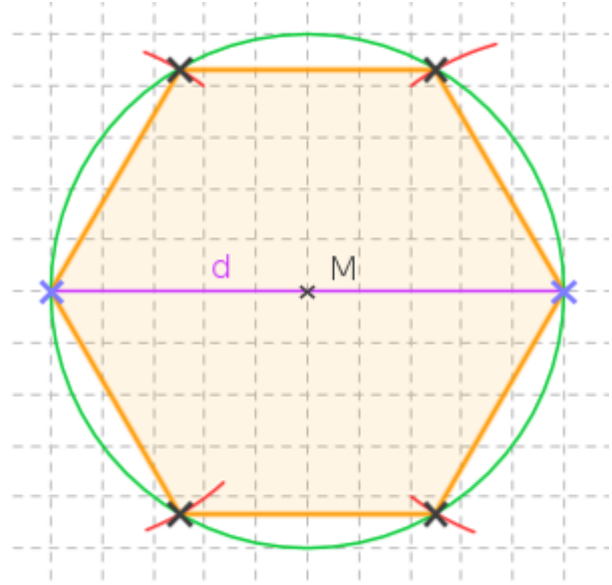
- Mit dem Zirkel einen Kreis mit dem Radius von 5 cm zeichnen



- Den Durchmesser  $d$  in den Kreis einzeichnen. Dessen Endpunkte sind zwei der 6 Ecken.



- Um die beiden Endpunkte des Durchmessers vier Teilkreise mit  $r = 5$  cm zeichnen

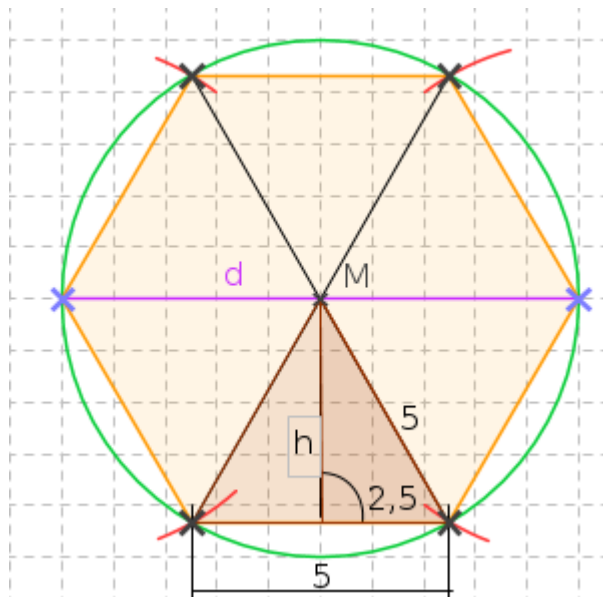


- Die Endpunkte des Durchmessers und Schnittpunkte der Teilkreise mit dem Kreis miteinander verbinden

### Lösung: Fläche des Sechsecks

Die Fläche des Sechsecks besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken.

Die Grundlinie eines Dreiecks ist 5 cm. Die Höhe kann man mit dem Pythagoras berechnen.



$$2,5^2 + h^2 = 5^2$$

$$6,25 + h^2 = 25 \quad | - 6,25$$

$$h^2 = 18,75 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = 4,33$$

$$A_{\text{Sechseck}} = 6 * A_{\text{Dreieck}}$$

$$A_{\text{Sechseck}} = 6 * \frac{1}{2} * 5 * 4,33$$

$$A_{\text{Sechseck}} = 6 * 10,825$$

$$A_{\text{Sechseck}} = 64,95 \text{ cm}^2$$

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. II/3

3. Charlotte interessiert sich für ein Mountainbike, einen Helm und ein Paar Knieschoner.

- a) Das Mountainbike kostet 550 €. Da es sich um ein Auslaufmodell handelt, erhält sie auf diesen Preis 12 % Rabatt. Berechne den neuen Fahrradpreis.
- b) Der Helm ist um 20 % reduziert und kostet jetzt noch 79 €. Ermittle rechnerisch, wie viele Euro sie beim Kauf des Helmes spart.
- c) Der Preis der Knieschoner beträgt einschließlich Mehrwertsteuer 49,98 €. Hier bekommt sie die Mehrwertsteuer von 19 % „geschenkt“. Gib den Aktionspreis für die Knieschoner an.
- d) Charlotte kauft nur den Helm. Bei Barzahlung erhält sie auf ihren Einkauf nochmals 2 % Skonto. Berechne, wie viel sie dann bar bezahlen muss.



### Lösung

#### a) Neuer Fahrradpreis

$$100 \% = 550 \text{ €}$$

$$12 \% = 550 \text{ €} : 100 * 12 = 66 \text{ € Rabatt}$$

$$\text{Neuer Preis: } 550 \text{ €} - 66 \text{ €} = 484 \text{ €}$$

#### b) Ersparnis beim Helm

$$20 \% \text{ reduziert: } 80 \% = 79 \text{ €}$$

$$\text{Alter Preis: } 100 \% = 79 \text{ €} : 80 * 100 = 98,75 \text{ €}$$

$$\text{Ersparnis: } 98,75 \text{ €} - 79 \text{ €} = 19,75 \text{ €}$$



#### c) Aktionspreis für die Knieschoner

$$\text{Mit MWSt.: } 119 \% = 49,98 \text{ €}$$

$$1 \% = 49,98 \text{ €} : 119$$

$$\text{Ohne MWSt.: } 100 \% = 49,98 \text{ €} : 119 * 100 = 42 \text{ €}$$

$$\text{Der Aktionspreis für die Knieschoner beträgt } 42 \text{ €.}$$

#### d) Bezahlter Preis für den Helm

$$\text{Rechnungsbetrag: } 100 \% = 79 \text{ €}$$

$$\text{Skonto: } 2 \% = 79 \text{ €} : 100 * 2 = 1,58 \text{ €}$$

$$\text{Sie bezahlt für den Helm } 79 \text{ €} - 1,58 \text{ €} = 77,42 \text{ €}$$



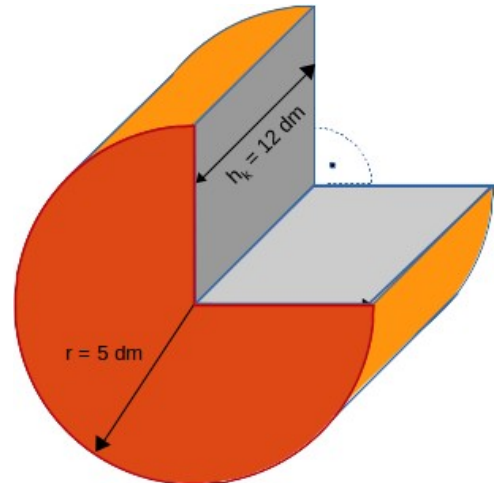
## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. II/4

4. Aus einem Zylinder mit dem Radius  $r = 5 \text{ dm}$  und der Körperhöhe  $h_K = 12 \text{ dm}$  wird ein Viertel herausgeschnitten.

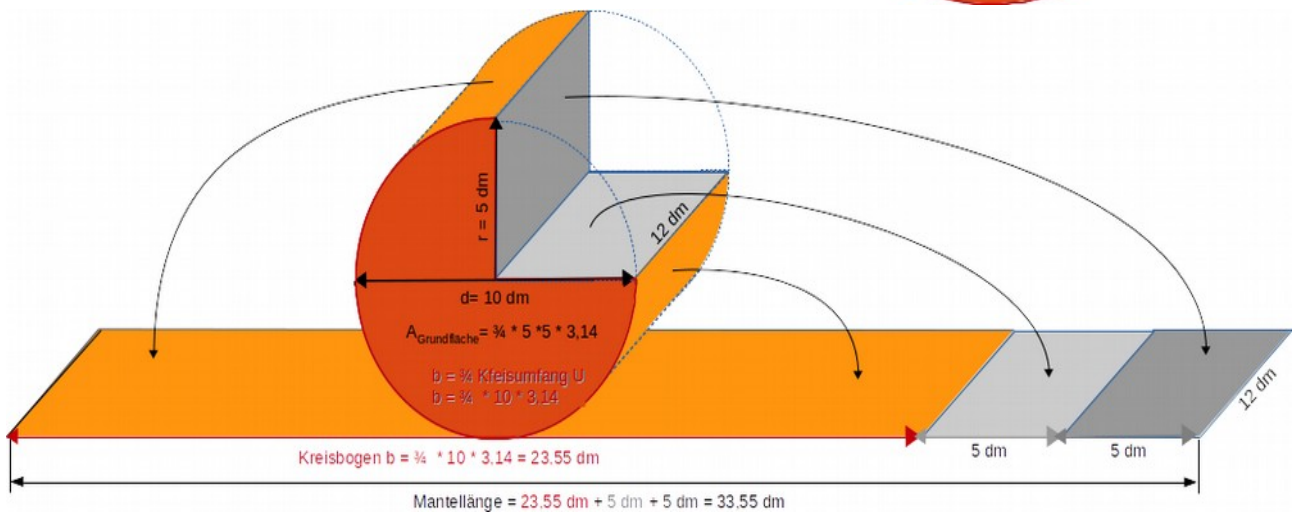
Berechne die gesamte Oberfläche des entstandenen Körpers.

Hinweis:

Skizze nicht maßstabsgetreu



### Lösung



Das Werkstück ist eine umgekippte gerade Säule. Grund- und Deckfläche befinden sich jetzt vorne und hinten. Die Oberfläche wird so berechnet:

#### Grundfläche (roter Dreiviertel-Kreis)

$$A_{\text{Grundfläche}} = \frac{3}{4} \cdot r^2 \cdot 3,14$$

$$A_{\text{Grundfläche}} = \frac{3}{4} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3,14 = 58,875 \text{ dm}^2$$

#### Mantel (oranges + 2 graue Rechtecke)

$$\text{Mantellänge } a = \frac{3}{4} \cdot U_{\text{Kreis}} + 5 \text{ dm} + 5 \text{ dm}$$

$$\text{Mantellänge } a = \frac{3}{4} \cdot 10 \cdot 3,14 + 5 \text{ dm} + 5 \text{ dm} = 33,55 \text{ dm}$$

$$\text{Mantelbreite } b = 12 \text{ dm}$$

$$A_{\text{Mantel}} = a \cdot b$$

$$A_{\text{Mantel}} = 33,55 \cdot 12 = 402,6 \text{ dm}^2$$

#### Gesamte Oberfläche

$$A_{\text{Gesamt}} = 2 \cdot A_{\text{Grundfläche}} + A_{\text{Mantel}}$$

$$A_{\text{Gesamt}} = 2 \cdot 58,875 \text{ dm}^2 + 402,6 \text{ dm}^2 = 520,35 \text{ dm}^2$$

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. III/1

a) Löse folgende Gleichung:

$$\frac{1}{8} \cdot (2x+6) = \frac{1}{2} - 2x + 2 + \frac{3x+8}{4}$$

Lösung

$$\frac{1}{8} \cdot (2x+6) = \frac{1}{2} - 2x + 2 + \frac{3x+8}{4} \quad | \text{Klammer auflösen}$$

$$0,25x + 0,75 = \frac{1}{2} - 2x + 2 + \frac{3x+8}{4} \quad | \text{mit 4 multiplizieren}$$

$$1x + 3 = 2 - 8x + 8 + 3x + 8 \quad | \text{zusammenfassen}$$

$$x + 3 = 18 - 5x \quad | + 5x$$

$$6x + 3 = 18 \quad | - 3$$

$$6x = 15 \quad | : 6$$

$$x = 2,5$$

Lösungsalternative

$$\frac{1}{8} \cdot (2x+6) = \frac{1}{2} - 2x + 2 + \frac{3x+8}{4} \quad | \text{Brüche auflösen}$$

$$0,25x + 0,75 = 0,5 - 2x + 2 + 0,75x + 2 \quad | \text{zusammenfassen}$$

$$0,25x + 0,75 = 4,5 - 1,25x \quad | + 1,25x$$

$$1,5x + 0,75 = 4,5 \quad | - 0,75$$

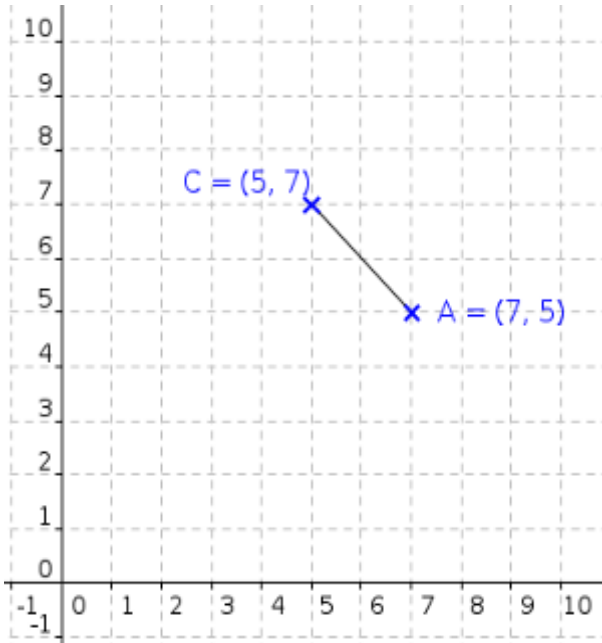
$$1,5x = 3,75 \quad | : 1,5$$

$$x = 2,5$$

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. III/2

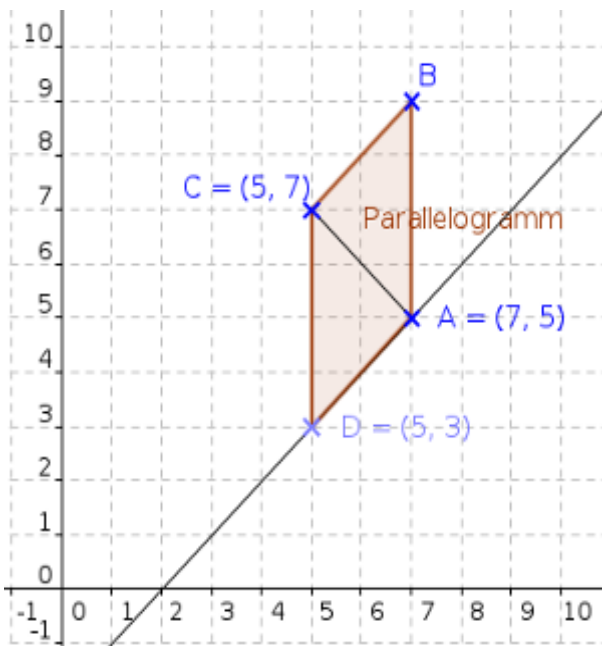
### Lösung

2 a) Zeichne in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm die Punkte  $A(7|5)$  und  $C(5|7)$  ein und verbinde sie zur Strecke  $[AC]$ .



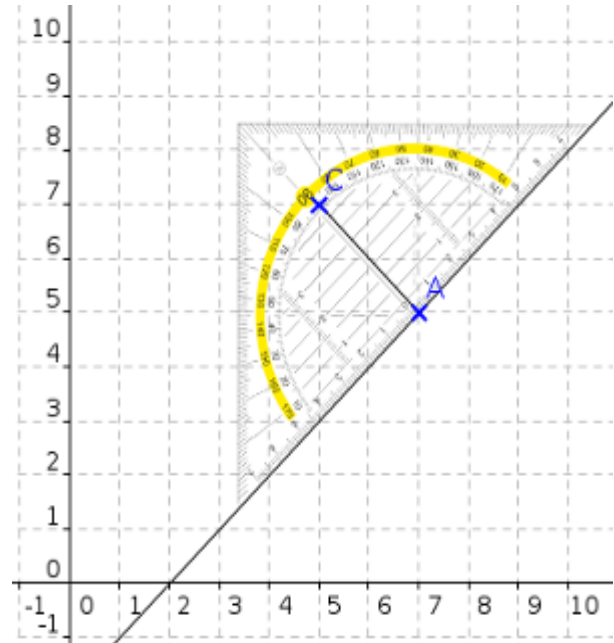
- Punkte  $A(7|5)$  und  $C(5|7)$  verbinden zur Strecke  $[AC]$

c) Zeichne den Punkt  $D(5|3)$  ein. Wähle den Punkt  $B$  so, dass das Parallelogramm  $ABCD$  entsteht und zeichne es.



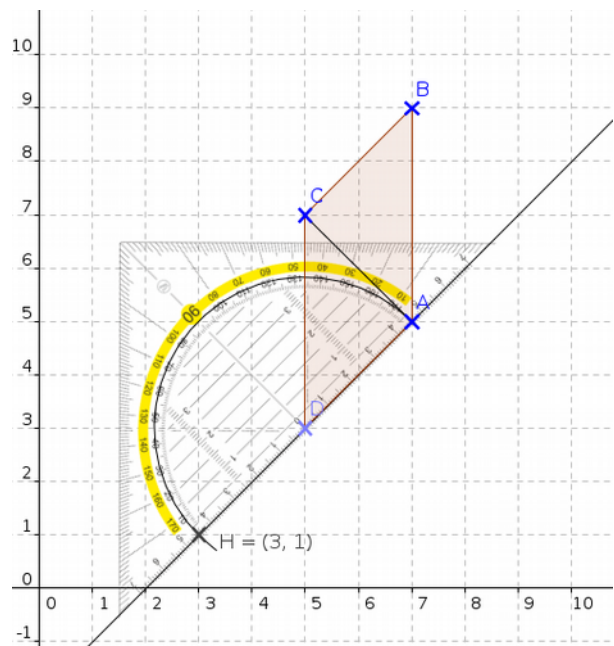
- Punkt  $D(5|3)$  durch Punkt  $B$  ergänzen, so dass das Parallelogramm  $ABCD$  entsteht  
Der Punkt  $H$  hat die Koordinaten  $H(3|1)$ .

b) Zeichne die Senkrechte zur Strecke  $[AC]$  durch den Punkt  $A$ .



- Senkrechte zur Strecke  $[AC]$  durch den Punkt  $A$  zeichnen

d) Der Punkt  $D$  soll die Strecke  $[AH]$  halbieren. Zeichne den Punkt  $H$  entsprechend ein und gib seine Koordinaten an.



- Punkt  $H(3|1)$  ergänzen, so dass Punkt  $D$  die Strecke  $[AH]$  halbiert

## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. III/3

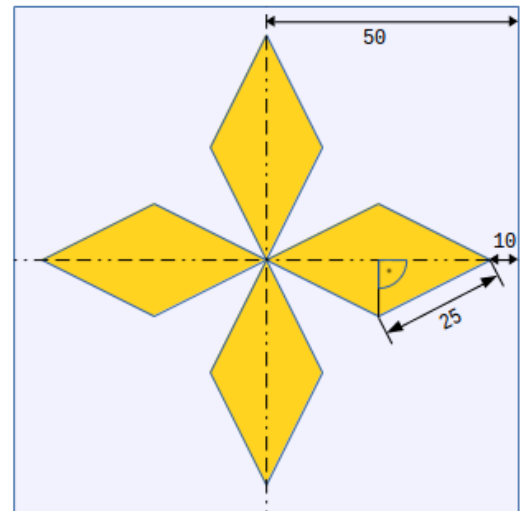
3. In einer Fensterscheibe sind vier gleiche, farbige Glasscheiben eingesetzt.

Die haben jeweils die Form einer Raute (siehe Abbildung).

Berechne die Gesamtfläche des farbigen Glases.

Maße in cm

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu



### Lösung

Eine Raute besteht aus 4 rechtwinkligen Dreiecken.

Die Grundlinie eines solchen rechtwinkligen Dreiecks ist 20 cm lang.

Die Höhe des Dreiecks lässt sich mit dem Satz des Pythagoras berechnen.

$$h^2 + 20^2 = 25^2$$

$$h^2 + 400 = 625 \quad | - 400$$

$$h^2 = 225 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h = 15$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} * g * h$$

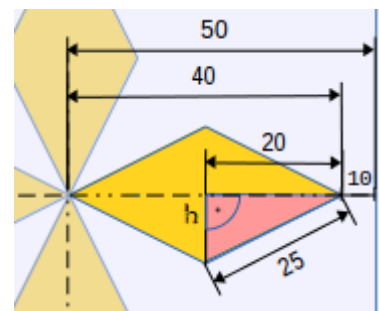
$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} * 15 * 20$$

$$A_{\text{Dreieck}} = 150 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Raute}} = 150 \text{ cm}^2 * 4 = 600 \text{ cm}^2$$

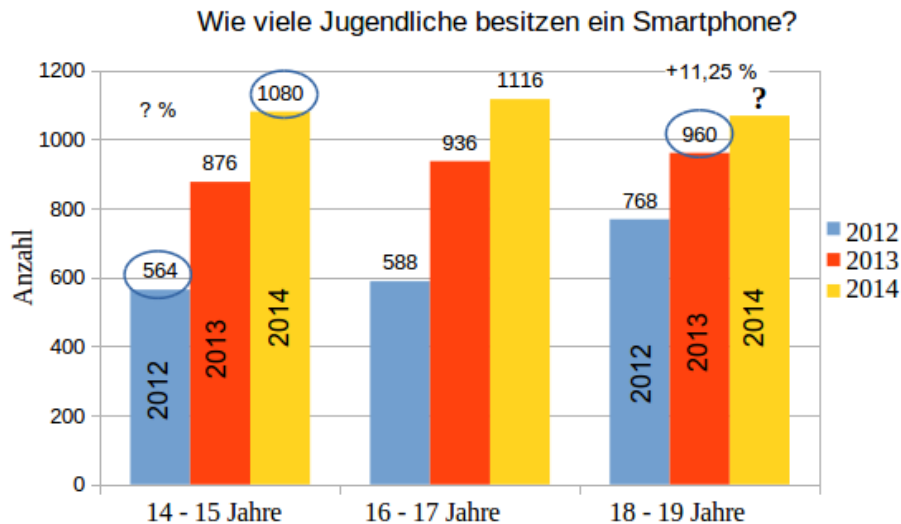
**Gesamtfläche der 4 farbigen Rauten**

$$600 \text{ cm}^2 * 4 = 2\,400 \text{ cm}^2$$



## QA 2016, Teil B - Lösungen: Nr. III/4

4. In den Jahren 2012 bis 2014 wurden in jeder Altersgruppe jeweils 1 200 Jugendliche befragt, ob sie ein Smartphone besitzen



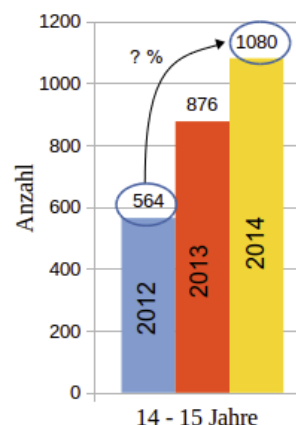
- Berechne den prozentualen Anstieg der Smartphone-Besitzer von 2012 bis 2014 in der Altersgruppe der 14- bis 15-Jährigen.
- In der Altersgruppe der 18- bis 19-Jährigen stieg die Anzahl der Smartphone-Besitzer von 2013 auf 2014 um 11,25 %. Ermittle rechnerisch, wie viele Jugendliche dieser Altersgruppe demnach 2014 ein Smartphone besaßen.
- Im Jahr 2014 wurden zusätzlich 1200 Jugendliche im Alter zwischen 12 und 13 Jahren befragt. 80 % besaßen ein Smartphone, 15 % besaßen keines, der Rest machte keine Angaben. Stelle das Ergebnis der Umfrage in einem Kreisdiagramm mit Radius 4 cm dar.

### Lösung

#### a) Anstieg der Smartphones bei 14 bis 15-Jährigen

2014: 1 080 Smartphones  
 2012: 564 Smartphones  
 Anstieg:  $1\,080 - 564 = 516$  Smartphones  
 100 %: 564 Smartphones  
 1 %: 5,64 Smartphones  
 $516 : 5,64 = 91,48\% \approx 91,5\%$

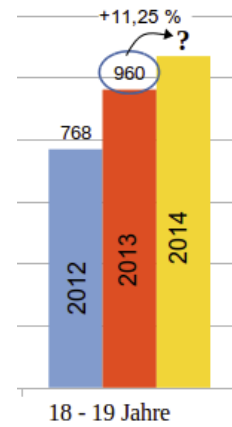
**Die Zahl der Smartphonebesitzer stieg bei den 14 bis 15-Jährigen von 2012 bis 2014 um 91,5 %.**



**b) Zahl der Jugendlichen von 18 - 19 Jahren mit Smartphone 2014**

$$\begin{aligned} 2013: \quad 100\% &= 960 \\ 1\% &= 960 : 100 = 9,6 \\ 11,25\% &= 9,6 * 11,25 = 108 \\ 2014: \quad 111,25\% &= 960 + 108 = 1\,068 \end{aligned}$$

**2014 besaßen 1 068 der 1 200 befragten Jugendlichen zwischen 18 und 19 Jahren ein Smartphone.**



**c) Diagramm**

$$\begin{aligned} 100\% &= 360^\circ \\ 80\% &= 360^\circ : 100 * 80 = 288^\circ \\ 15\% &= 360^\circ : 100 * 15 = 54^\circ \\ 5\% &= 360^\circ : 100 * 5 = 18^\circ \end{aligned}$$

